Univerza v Ljubljani
Fakulteta za matematiko in fiziko

Marko Starič

Elektronika v fiziki

Povzetek predavanj v letu 1999/2000
(trenutno le I. poglavje - Osnove)

Ljubljana, maj 2000

(http://www-f9.ijs.si/~staric/elektronika/)

Kazalo

Poglavje 1

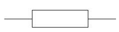
Osnove

V tem poglavju bomo podali osnove. Po večini bo šlo za ponovitev snovi iz fizike I. Vpeljali bomo osnovne količine, s katerimi delamo v elektroniki, njihove simbole ter podali območje njihovih vrednosti.

1.1 Osnovni elementi električnih vezij

Spodnjih pet elementov električnih vezij je osnova današnje elektronike. Prvi trije so linearni elementi, zadnja dva sta nelinearna.

R

upor  oznaka R, enota Ω, vrednosti od 1Ω do $100M\Omega$

V shemah enoto Ω opuščamo (npr. namesto $1k\Omega$ pišemo $1k$, namesto 1Ω pišemo $1E$)
Tipi: ogleni, metalplastni, žični
Standardne vrednosti: izbrane so glede na tolerance (2%, 5%, 10%, 20%).
5% lestvica: $10, 12, 15, 18, 22, 27, 33, 39, 47, 56, 68, 82 \times 10^x, x = 1, 2, ..., 7$

C

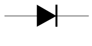
kondenzator  oznaka C, enota F, vrednosti od $1pF$ do $10000\mu F$

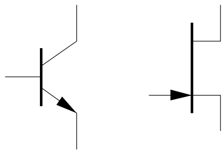
Tudi pri tem elementu v shemah enote F ne pišemo.
Tipi: keramični, mylar, tantal, elektrolitski, ...
Standardne vrednosti: enake lestvice kot pri uporih.

L

dušilka  oznaka L, enota H, tipične vrednosti mH, μH

D

dioda  je nelinearen element: dobro prevaja le v eno smer.

tranzistor 

je aktiven element: napetost baze (vrat pri poljskem tranzistorju) krmili električni tok skozi tranzistor.
Dve vrsti tranzistorjev: bipolarni, poljski ali unipolarni (FET)

Z osnovnimi elementi sestavimo električno vezje. Povezave med elementi imajo zanemarljivo upornost. Prav tako sta kapacitivnost med povezavami in med elementi ter induktivnost zank majhna (zanemarljiva do nekaj deset MHz).

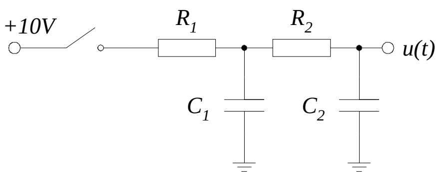
Kaj nas v vezju zanima?

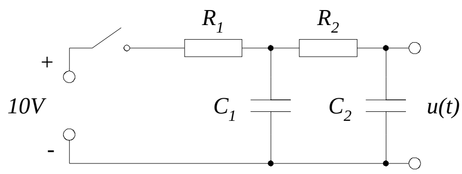
- napetosti med pari točk v vezju,
- tokovi skozi elemente vezja.

1.2 Električna napetost in električni tok

Električna napetost

Za električno napetost uporabljamo oznake: U, V, u, v. Male črke bomo uporabljali za časovno spremenjive in ponavadi majhne napetosti.
Enota: V (volt)
Območje: $kV, V, mV, \mu V$.
Napetost (potencial) v točki vezja navajamo vedno glede na referenčno točko, ki jo imenujemo zemlja ("masa"). Ozemljena točka in ozemljena prevodna linija imata potencial 0. Označuje jo simbol ⏚ . Ozemljenih povezav med elementi (prevodnih linij na tiskanem vezju, žic) na shemi ne rišemo, le nogico elementa označimo s simbolom za zemljo, kot na spodnji shemi levo. Na desni je isto vezje narisano tako, kot smo ga risali pri fiziki I.





V shemi levo smo priključek *minus* proglasili za zemljo.

Prevodne linije, ki predstavljajo zemljo ("maso") na tiskanem vezju, so debele. Pogosto so to kar večje prevodne površine ali celo cela spodnja stran tiskanine. Hkrati je zemlja zvezana s kovinskim ohišjem aparature. Če aparaturo napajamo iz omrežja, je zemlja zares preko ozemljitvenega voda zvezana s tlemi.

Poleg napetosti v posameznih točkah vezja, nas zanimajo tudi padci napetosti na elementih vezja. Padec napetosti definiramo kot razliko potencialov med začetno in končno točko, tako da električni tok teče v smeri pozitivnega padca napetosti (pozitivni padec = negativni dvig!). Ohmov zakon, ki povezuje padec napetosti na uporu in tok skozi upor zato nima predznaka minus.

Električni tok

Oznaki za električni tok sta: I, i. Tudi tu je mala črka rezervirana za časovno spremenljive in male tokove.
Enota: A (amper)
Območje: $A, mA, \mu A, nA$, (pA včasih še merljivi).
Govorimo o toku skozi element, v element, iz elementa, v točko vezja (vozlišče), iz točke vezja ...

Kirchoffova zakona

1. Vsota tokov v vozlišču je nič. Velja dogovor, da so prihajajoči tokovi pozitivni, odhajajoči negativni. Zakon sledi iz ohranitve naboja.

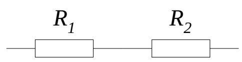
2. Vsota padcev napetosti na elementih v vsaki sklenjeni zanki vezja je nič. Tu predpostavimo, da ni zunanjega spreminjajočega se magnetnega polja (tega ne želimo imeti!). Zakon sledi iz zakona o električni napetosti.

Ohmov zakon

$$U = I \cdot R$$

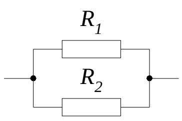
Z vpeljavo kompleksne pisave bomo kasneje Ohmov zakon posplošili, da bo veljal za vse tri linearne elemente (R, C, L).

1.3 Vezja z upori

- serijska vezava 

$R = R_1 + R_2$

  $R_{velik} + R_{majhen} \approx R_{velik}$

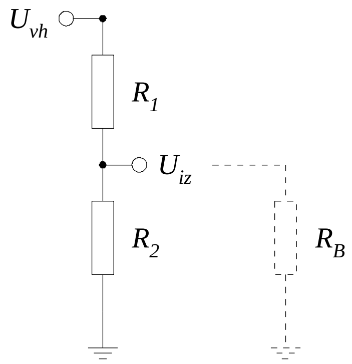
- paralelna vezava 

$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

  $R_{velik} \parallel R_{majhen} \approx R_{majhen}$

Natančnost računov: ponavadi zadošča računanje na nekaj %.

- napetostni delilec



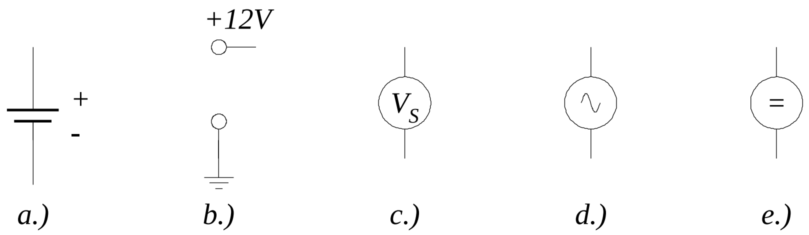
$$U_{iz} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{vh}$$

Velja, če je breme $R_B \gg R_2$ (en ali dva reda velikosti ponavadi zadoščata).

1.4 Napetostni in tokovni izvori

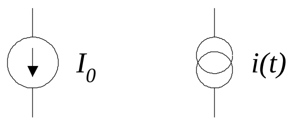
Idealni napetostni izvor

Električna napetost izvora je neodvisna od priključenega bremena. To pomeni, da pri $R_B = 0$ (izvor je kratko sklenjen) izvor požene neskončni električni tok.
Simboli za napetostni izvor so:
a.) galvanski člen, b.) napajanje vezja, c.) izvor signala V_S d.) izvor izmenične (sinusne) napetosti, e.) izvor enosmerne napetosti.

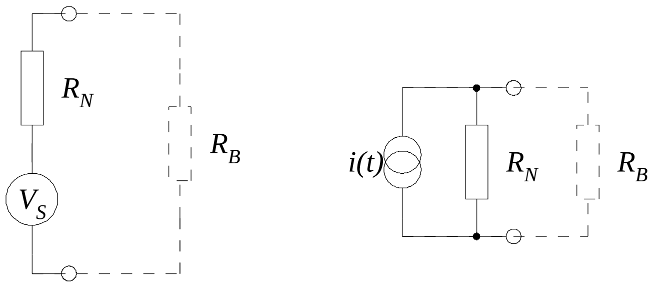


Idealni tokovni izvor

Električni tok izvora je neodvisen od priključenega bremena. To pomeni, da je pri $R_B = \infty$ (izvor je odprt) napetost na izvoru neskončna.
Simbola za tokovni izvor sta:



Realni izvori imajo še notranjo upornost (R_N). Nadomestni shemi sta:



a.) *b.)*

a.) Pri napetostnem izvoru je notranji upor vezan serijsko z idealnim izvorom. Realni izvor bo deloval brez padca napetosti, če je upornost bremena R_B veliko večja od notranje upornosti R_N, saj predstavljata upora napetostni delilec.

b.) Pri tokovnem izvoru je notranji upor vezan paralelno z idealnim izvorom. Realni izvor bo deloval brez izgube toka, če je upornost bremena R_B veliko manjša od notranje upornosti R_N. Tukaj upora predstavljata tokovni delilec.

1.5 Električni signali

Električni signali so napetosti ali tokovi, ki se spreminjajo s časom. Delimo jih na periodične signale, to je take, katerih slika se po periodi t_0 ponovi, na pulzne, primer so signali iz detektorja nabitih delcev in stohastične, primer je šum. Preprost primer periodičnega signala je sinusni signal:

$$u(t) = u_0 sin(\omega t + \phi)$$

Za opis sinusnega signala potrebujemo tri količine: amplitudo u_0, frekvenco f, oziroma krožno frekvenco $\omega = 2\pi f$ in fazo ϕ. Namesto amplitude u_0 lahko navedemo tudi *peak-to-peak* vrednost, to je razliko med najvišjo in najnižjo napetostjo ali efektivno napetost.

Efektivna napetost je koren iz povprečja kvadrata napetosti:

$$u_{ef}^2 = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t)dt$$

in je v zvezi s povprečno močjo, ki se troši na uporovnem bremenu R pri napetosti u(t): $\bar{P} = u_{ef}^2/R$. Pri periodičnih signalih je dovolj, če integriramo po eni periodi t_0.

Za sinusni signal velja:

$$u_{pp} = 2u_0$$

$$u_{ef} = \frac{1}{\sqrt{2}} u_0$$

Včasih razdelimo signal na dve komponenti: enosmerno (DC) in izmenično (AC). Enosmerno izračunamo s povprečenjem po dovolj dolgem času:

$$u_{DC} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(t)dt$$

Izmenično komponento izračunamo iz razlike:

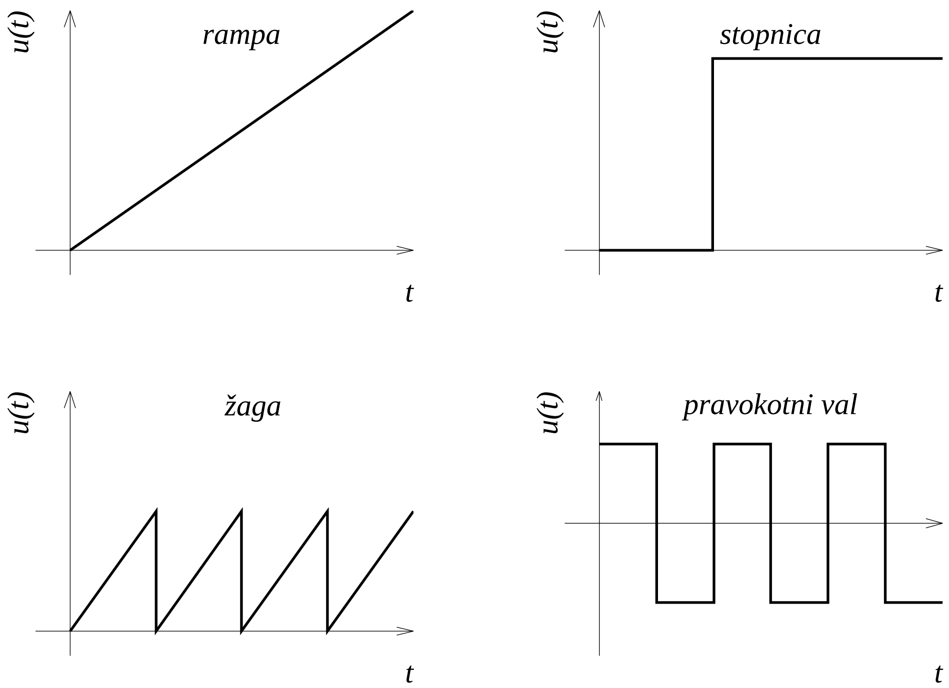
$$u_{AC}(t) = u(t) - u_{DC}$$

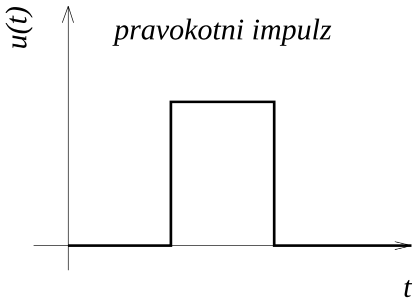
Velikokrat primerjamo dva signala. Ponavadi navedemo razmerje amplitud ali *peak-to-peak* vrednosti ali efektivnih napetosti. Pogosto razmerje izrazimo v decibelih:

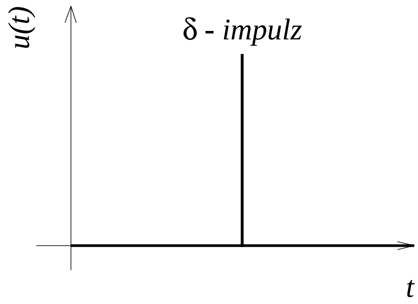
$$x[dB] = 20 \cdot \log_{10}(\frac{u_0}{v_0})$$

Velja si zapomniti: razmerje 2 je $+6dB$, razmerje $\sqrt{2}$ je $+3dB$.

Na spodnjih slikah je prikazanih nekaj značilnih signalov.







Idealni δ-impulz je matematično podan z delta funkcijo:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases} \quad , \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1$$

δ-impulz pri t_0 je:

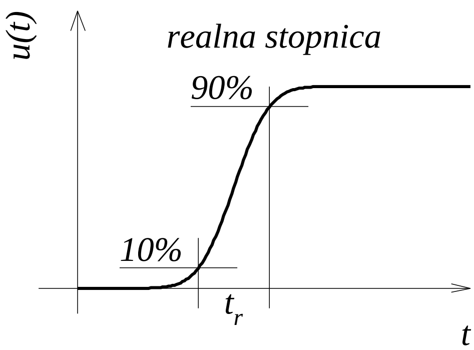
$$u(t) = a\delta(t - t_0)$$

Realni δ-impulz ima zelo majhno končno širino in končno višino.

Integral δ-impulza od $-\infty$ do t je stopnica:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ u_0 & t \geq t_0 \end{cases}$$

Realna stopnica ni nezvezna v točki t_0. Hitrost dviga podamo z dvižnim časom t_r (časovna razlika med 10% in 90% celotne višine stopnice).



1.6 Kondenzator

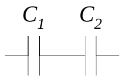
Naboj Q na kondenzatorju je sorazmeren z napetostjo U na kondenzatorju. Sorazmernostni koeficient je kapacitivnost C:

$$Q = C \cdot U$$

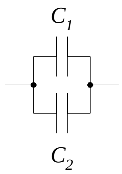
Z odvajanjem po času dobimo zvezo med tokom in napetostjo:

$$I = C\frac{dU}{dt}$$

Vezavi dveh kondenzatorjev sta:

- serijska vezava: 

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$
  $C_{velik} + C_{majhen} \approx C_{majhen}$

- paralelna vezava: 

$$C = C_1 + C_2$$
  $C_{velik} \parallel C_{majhen} \approx C_{velik}$

1.7 Dušilka

Magnetni pretok Φ skozi dušilko je sorazmeren s tokom I skozi dušilko. Sorazmernostni koeficient je induktivnost L:

$$\Phi = L \cdot I$$

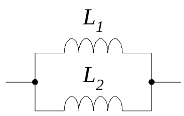
Z odvajanjem po času dobimo zvezo med napetostjo in tokom:

$$U = L\frac{dI}{dt}$$

Vezavi dveh dušilk sta:

- serijska vezava: 

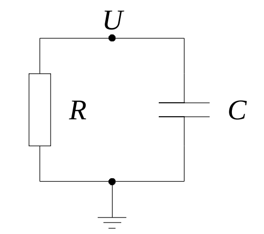
$$L = L_1 + L_2$$
  $L_{velik} + L_{majhen} \approx L_{velik}$

- paralelna vezava: 

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$
  $L_{velik} \parallel L_{majhen} \approx L_{majhen}$

1.8 RC vezja: polnenje in praznenje kondenzatorja

Oglejmo si vezje na spodnji sliki. Ob času $t = 0$ naj bo napetost $U = U_0$. Kako se napetost U spreminja s časom?



Tok skozi upor teče tudi skozi kondenzator:

$$I_R = I_C$$

In od tod:

$$\frac{U-0}{R} = C\frac{d(0-U)}{dt}$$

Padec napetosti na vsakem od elementov pišemo v smeri zamišljenega toka, na primer v nasprotni smeri urinega kazalca. S preureditvijo dobimo enačbo:

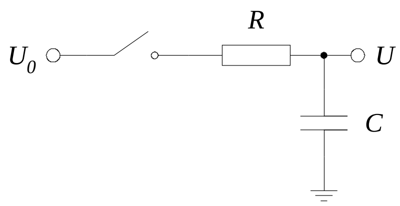
$$\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{RC} \cdot U$$

katere rešitev pri začetnem pogoju $U(0) = U_0$ opiše praznenje kondenzatorja:

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

Produkt RC je časovna konstanta τ RC člena. V času $t = RC$ pade napetost na kondenzatorju na $1/e \approx 37\%$ začetne vrednosti.

Polnenje kondenzatorja predstavlja naslednje vezje (ob času $t = 0$ sklenemo stikalo):



$$I_R = I_C$$

$$\frac{U_0 - U}{R} = C\frac{d(U-0)}{dt}$$

ter po preureditvi:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{RC} \cdot (U - U_0)$$

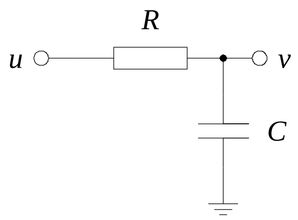
Rešitev ob začetnem pogoju $U(0) = 0$ je:

$$U(t) = U_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Napetost na kondenzatorju U se eksponentno bliža vrednosti U_0 s časovno konstanto $\tau = RC$. V času $t = RC$ napetost naraste na $1-1/e \approx 67\%$ končne vrednosti.

1.9 RC člen

Vezje na prejšnji sliki (brez stikala) je imenovano RC člen. V splošnem izračunamo odziv RC člena $v(t)$ na vhodni signal $u(t)$ takole:



$$I_R = I_C$$

$$\frac{u - v}{R} = C\frac{d(v-0)}{dt}$$

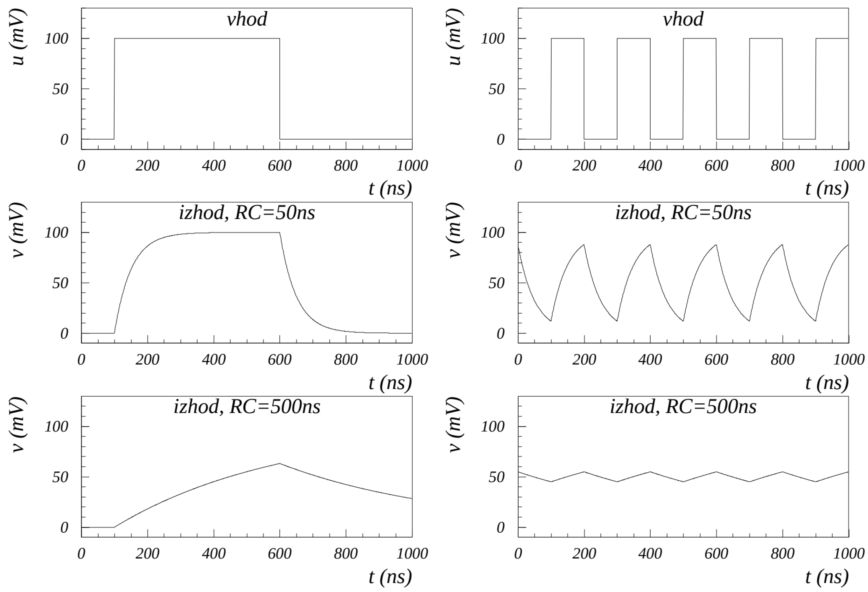
Po preureditvi dobimo (odvod po času označimo s piko):

$$\dot{v} + \frac{v}{RC} = \frac{u}{RC}$$

To je linearna diferencialna enačba I. reda s konstantnimi koeficienti in ima rešitev:

$$v(t) = \frac{e^{-t/RC}}{RC}\int_{-\infty}^{t} u(t')e^{t'/RC}dt'$$

Rešitev predstavlja povprečenje vhodnega signala z utežnim faktorjem $e^{-t/\tau}$. Primeri odziva so prikazani spodaj.



RC člen je približni integrator vhodnega signala. Če je izhodna napetost majhna v primerjavi z vhodno, lahko drugi člen na levi v diferencialni enačbi zanemarimo in dobimo:

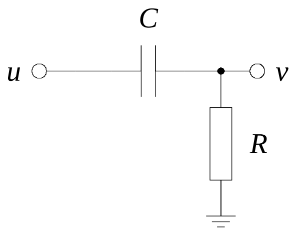
$$\dot{v} \approx \frac{u}{RC}, \qquad v \ll u$$

Kar je enako, kot:

$$v(t) \approx \frac{1}{RC}\int_{-\infty}^{t} u(t)dt, \qquad v \ll u$$

1.10 CR člen

Če vrstni red elementov v RC členu zamenjamo, dobimo CR člen (vhod na kondenzatorju, izhod na uporu).



$$I_R = I_C$$

$$C\frac{d(u-v)}{dt} = \frac{v}{R}$$

Po preureditvi dobimo:

$$\dot{v} + \frac{v}{RC} = \dot{u}$$

Enačba ima rešitev:

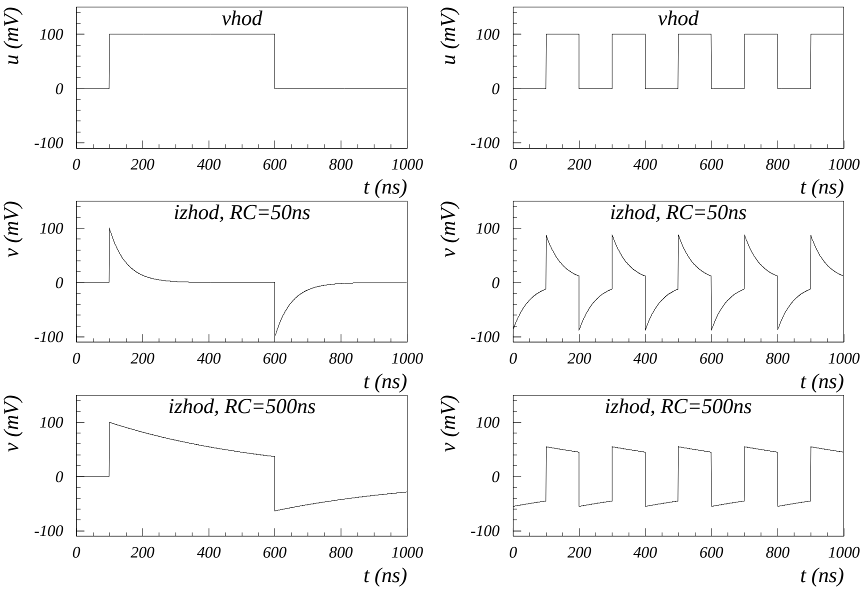
$$v(t) = e^{-t/RC}\int_{-\infty}^{t} \dot{u}(t')e^{t'/RC}dt'$$

Če se vhodni signal spreminja veliko počasneje, kot je časovna konstanta $\tau = RC$, lahko člen $\dot{v}$ v diferencialni enačbi zanemarimo. V približku torej velja:

$$v(t) \approx RC \cdot \dot{u}(t), \qquad \dot{v} \ll \frac{v}{RC}$$

CR člen je približni diferenciator vhodnega signala. Iz rešitve enačbe tudi sledi, da CR člen enosmerne napetosti ($\dot{u} = 0$) ne prepušča. Dostikrat vodimo signal na ojačevalec preko kondenzatorja. Tedaj predstavljata kondenzator in vhodna upornost ojačevalca CR člen. Le-ta prepušča le izmenično komponento signala, ki se nato ojača. Pravimo, da je vhod AC sklopljen.

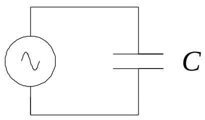
Primere odziva CR člena prikazuje naslednja slika:



1.11 Frekvenčna analiza linearnih vezij

Uvedba kompleksnega računa.

Kondenzator vzbujamo z izvorom sinusne napetosti:



$$U(t) = U_0 \sin(\omega t)$$

Električni tok skozi kondenzator je:

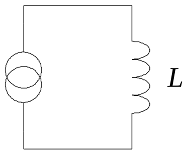
$$I(t) = C \cdot \frac{dU}{dt} = C\omega U_0 \cos(\omega t) = I_0 \sin(\omega t + \pi/2)$$

in tudi niha sinusno, z amplitudo sorazmerno amplitudi vzbujevalne napetosti, oziroma obrnjeno:

$$U_0 = \frac{1}{\omega C} \cdot I_0$$

ter faznim zamikom $\pi/2$.

Podoben rezultat dobimo, če dušilko vzbujamo z izvorom sinusnega toka:



$$I(t) = I_0 \sin(\omega t)$$

Električna napetost na dušilki je:

$$U(t) = L \cdot \frac{dI}{dt} = L\omega I_0 \cos(\omega t) = U_0 sin(\omega t + \pi/2)$$

Tudi napetost na dušilki niha sinusno z amplitudo, sorazmerno amplitudi toka:

$$U_0 = \omega L \cdot I_0$$

ter v faznem zamiku $\pi/2$.

Za vse tri linearne elemente (R, C, L) pri vzbujanju s sinusnim izvorom toka velja linearna zveza med amplitudama napetosti in toka, kot pri Ohmovem zakonu, nihanji toka in napetosti pa sta premaknjeni v fazi:

upor	$U_0 = R \cdot I_0$	$\phi = 0$
kondenzator	$U_0 = \frac{1}{\omega C} \cdot I_0$	$\phi = -\pi/2$
dušilka	$U_0 = \omega L \cdot I_0$	$\phi = \pi/2$

Računanje s trigonometričnimi funkcijami je komplicirano, zato uporabimo kompleksni račun. Ker so za vse tri elemente zveze med napetostjo in tokom linearne (od tod ime linearni elementi), prištevanje poljubenga imaginarnega signala k sinusnem vzbujanju z električnim tokom ne spremeni realne komponente napetosti. Realni signal $I_0 \cos(\omega t)$ dopolnimo takole:

$$\tilde{I}(t) = I_0 \cdot (\cos(\omega t) + i \sin(\omega t)) = I_0 e^{i\omega t}$$

Vzbujanje s sinusnim tokovnim izvorom zapišemo s kompleksno funkcijo: $\tilde{I}(t) = I_0 e^{i\omega t}$. Napetost na vseh treh elementih je:

upor	$\tilde{U}(t) = R \cdot I_0 e^{i\omega t}$	$= R \cdot \tilde{I}(t)$
kondenzator	$\tilde{U}(t) = \frac{1}{i\omega C} \cdot I_0 e^{i\omega t}$	$= \frac{1}{i\omega C} \cdot \tilde{I}(t)$
dušilka	$\tilde{U}(t) = i\omega L \cdot I_0 e^{i\omega t}$	$= i\omega L \cdot \tilde{I}(t)$

Fazni zamik je skrit v sorazmernostnem faktorju *impedanci* (oznaka Z), ki je v splošnem kompleksna funkcija frekvence. Zveze med napetostjo in tokom imajo obliko Ohmovega zakona:

$$U = Z \cdot I$$

ki velja le za sinusno vzbujanje s frekvenco ω.

Obe kompleksni funkciji $\tilde{U}(t)$ in $\tilde{I}(t)$ lahko faktoriziramo:

$$\tilde{U}(t) = U(\omega) e^{i\omega t}, \qquad \tilde{I}(t) = I(\omega) e^{i\omega t}$$

Funkciji $U(\omega)$ in $I(\omega)$ sta v splošnem kompleksni in podajata hkrati amplitudo in fazo sinusnega nihanja. V posplošenem Ohmovem zakonu lahko časovni faktor $e^{i\omega t}$ okrajšamo in zakon pišemo:

$$U(\omega) = Z(\omega) \cdot I(\omega)$$

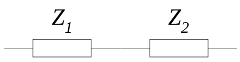
Prehod iz kompleksnega nazaj v realni zapis je preprost:

$$U(t) = Re(\tilde{U}(t)) = Re(U(\omega)e^{i\omega t})$$

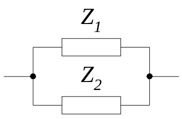
Impedance treh linearnih elementov so:

upor	$Z = R$	*upornost*
kondenzator	$Z = \frac{1}{i\omega C}$	*reaktanca*
dušilka	$Z = i\omega L$	*reaktanca*

Upornost je realni del, reaktanca pa imaginarni del impedance. Vezavi dveh impedanc:

- serijska vezava: 

$Z = Z_1 + Z_2$

- paralelna vezava: 

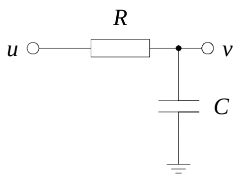
$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$

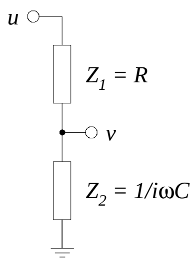
1.12 RC filtri

Opis RC in CR členov v frekvenčni domeni: RC oz. CR člen vzbujamo s sinusno napetostjo $\tilde{u}(t) = u_0 e^{i\omega t}$. Zanima nas odziv $v(\omega)$.

RC člen

Je napetostni delilec s kompleksno impedanco,

saj shemo: 

lahko narišemo tudi: 

Velja torej (faktor $e^{i\omega t}$ smo pokrajšali):

$$v(\omega) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} u(\omega) = \frac{\frac{1}{i\omega C}}{R + \frac{1}{i\omega C}} u(\omega)$$

Razmerje izhodnega signala proti vhodnemu je:

$$\frac{v}{u} = \frac{1}{1 + i\omega RC}$$

Razmerje $\frac{v}{u}$ je kompleksni izraz. Kompleksno število lahko pišemo v kartezijskih koordinatah ($z = a + ib$) ali pa v polarnih ($z = |z|e^{i\phi}$). Predstavimo ga kot radij-vektor v kompleksni ravnini.

V elektroniki najraje pretvorimo kompleksni izraz v polarni zapis:

$$|z| = \sqrt{(zz*)}, \quad \tan\phi = Im(z)/Re(z)$$

saj iz:

$$v = z \cdot u = |z|e^{i\phi} \cdot u_0 e^{i\omega t} = |z|u_0 \cdot e^{i\omega t + \phi}$$

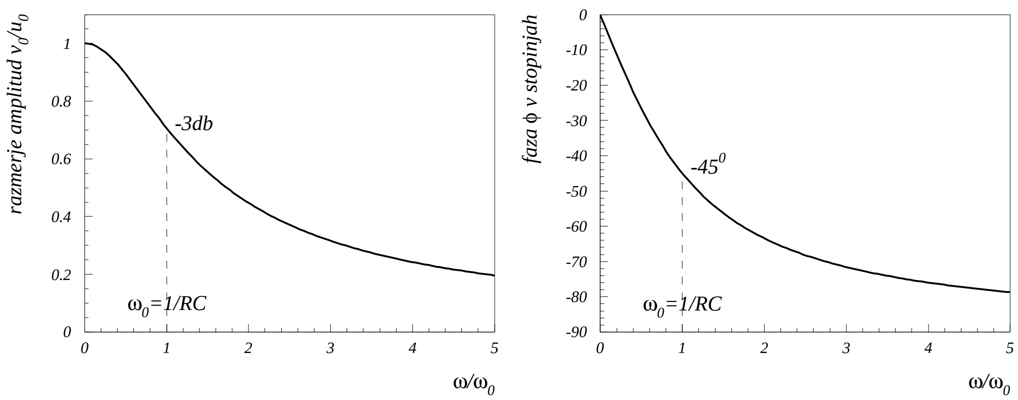
sledi, da polarni kot ϕ predstavlja fazni premik izhodnega signala proti vhodnemu, absolutna vrednost $|z|$ pa razmerje amplitud izhodnega in vhodnega signala. Razmerje amplitud izhodnega in vhodnega signala je za RC člen:

$$\frac{v_0}{u_0} = |\frac{v}{u}| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

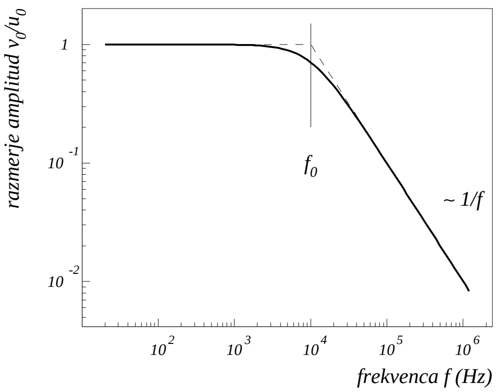
Fazni premik:

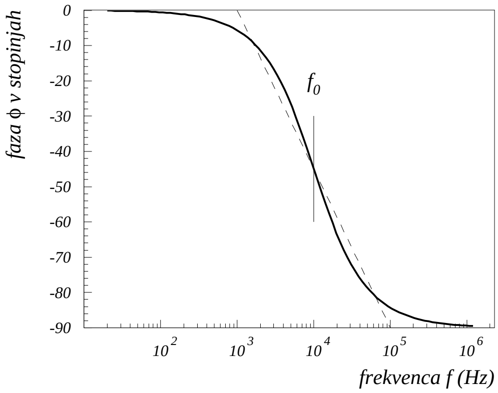
$$\tan\phi = -\omega RC$$

Razmerje amplitud se manjša z višanjem frekvence: RC člen je **nizko pasovni filter**. Mejna frekvenca je podana z RC konstanto $\omega_0 = 1/RC$ oziroma $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$. Pri tej frekvenci je razmerje amplitud $1/\sqrt{2} = -3db$, faza pa -45^0, kot je prikazano na sliki. Za frekvence $f \ll f_0$ je filter polno prepusten in faza je 0. Za frekvence $f \gg f_0$ razmerje amplitud pada kot $1/f$, to je za 3db na oktavo, faza pa se bliža -90^0.

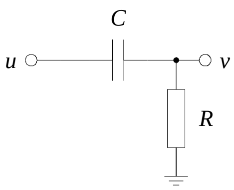


Graf $\frac{v_0}{u_0}$ ponavadi rišemo v log-log skali. Če sta narisani le obe asimptoti (črtkano na sliki spodaj) se graf imenuje *Bodejev diagram*. Asimptoti se sekata pri frekvenci f_0.





CR člen



$$v(\omega) = \frac{R}{\frac{1}{i\omega C} + R} u(\omega)$$

Razmerje izhodnega signala proti vhodnemu:

$$\frac{v}{u} = \frac{i\omega RC}{1 + i\omega RC}$$

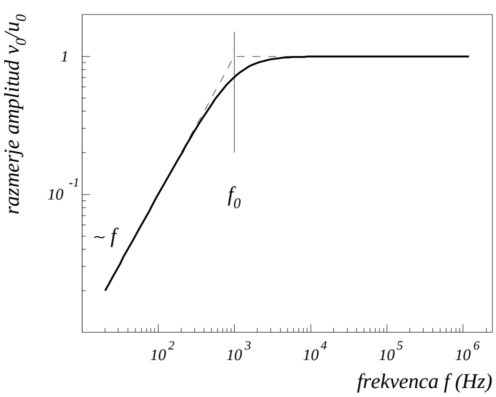
Razmerje amplitud:

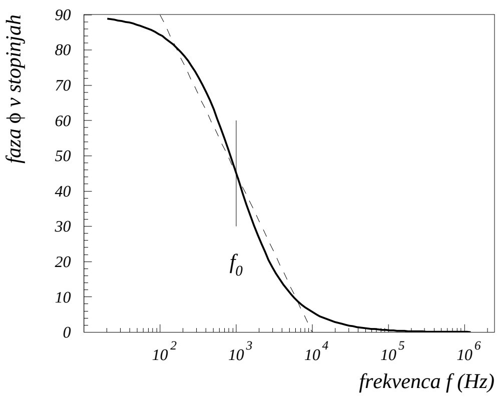
$$\frac{v_0}{u_0} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

Faza:

$$\tan\phi = \frac{1}{\omega RC}$$

CR člen prepušča visoke frekvence, zato ga imenujemo **visoko pasovni filter**. Mejna frekvenca je določena z RC konstanto $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$. Pri mejni frekvenci je razmerje amplitud $-3db$, faza je 45^0.



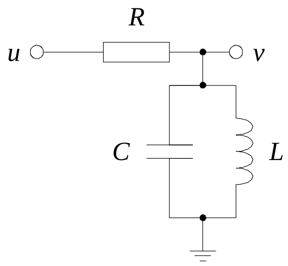


1.13 RL filtri

Idealni RL filtri imajo enake karakteristike kot RC filtri. LR člen je ekvivalenten RC členu, RL člen pa CR členu. Vendar se ta dva filtra redko uporabljata. Dušilka brez feritnega jedra ima manjši razpon vrednosti, s feritnim jedrom pa je nelinearna. Dodaten razlog so velike fizične izmere glede na kondenzator.

1.14 LC filtri

To so resonančna vezja oziroma ozkopasovni filtri.



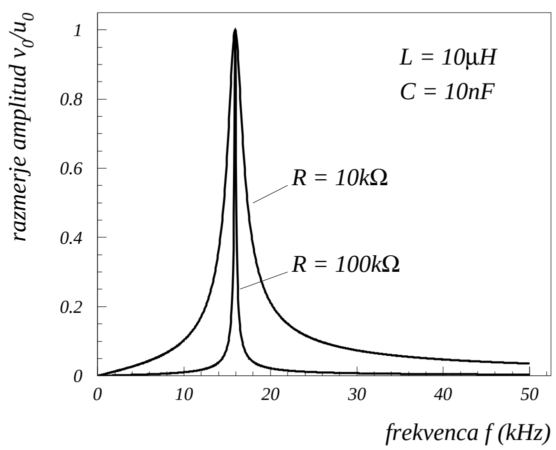
$$\frac{1}{Z_{LC}} = i\omega C + \frac{1}{i\omega L}$$

$$Z_{LC} = \frac{i\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

Pri $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ je $Z_{LC} \to \infty$, tam je torej resonanca. Razmerje izhodnega in vhodnega signala je:

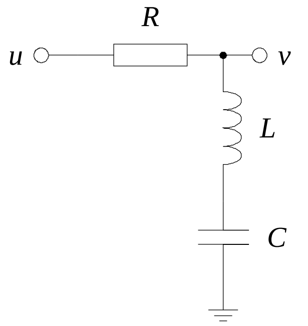
$$\frac{v}{u} = \frac{Z_{LC}}{R + Z_{LC}}$$

Razmerje amplitud prikazuje naslednja slika.



Ta filter je ozkopasovni, saj prepušča le signale s frekvenco okrog resonance ω_0.

Obratni filter:

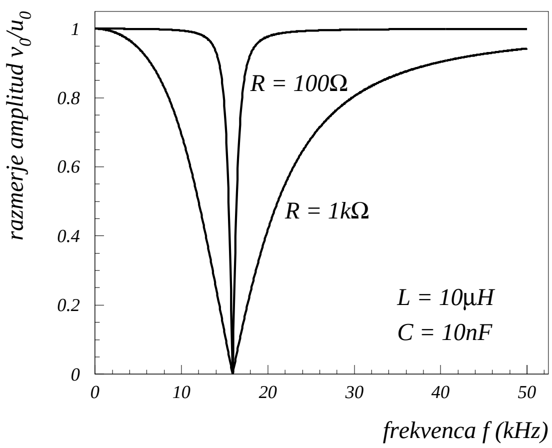


$$Z_{LC} = i\omega L + \frac{1}{i\omega C}$$
$$Z_{LC} = \frac{1-\omega^2 LC}{i\omega C}$$

Pri $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ je $Z_{LC} = 0$, zato je izhod 0, kar vidimo iz razmerja izhodnega in vhodnega signala:

$$\frac{v}{u} = \frac{Z_{LC}}{R + Z_{LC}}$$

Filter zaduši signale s frekvenco okrog ω_0, kot je razvidno s slike.



1.15 Enakovrednost opisov v časovni in frekvenčni domeni

Odzive linearnih vezij, to je vezij z upori, kondenzatorji in dušilkami, smo opisali na dva načina: kot signale - funkcije časa in kot signale - funkcije frekvence. Primeri so zbrani v spodnji razpredelnici.

	časovna domena	frekvenčna domena
upor	$U(t) = R \cdot I(t)$	$U(\omega) = R \cdot I(\omega)$
kondenzator	$I(t) = C \cdot dU/dt$	$I(\omega) = i\omega C \cdot U(\omega)$
dušilka	$U(t) = L \cdot dI/dt$	$U(\omega) = i\omega L \cdot I(\omega)$

RC člen	$\dot{v}(t) + v(t)/\tau = u(t)/\tau$	$v(\omega) = \frac{1}{1+i\omega\tau}u(\omega)$
lin. vezje	linearna diferencialna enačba (sistem diferencialnih enačb) $\in \mathcal{R}$	algebraična enačba (sistem algebraičnih enačb) $\in \mathcal{C}$

Zastavlja se vprašanje, ali je za popoln opis potrebno podati oboje: $U(t)$ in $U(\omega)$. Odgovor je ne. Oba načina opisa sta enakovredna. Sledi dokaz, ki pa ni strogo matematičen.

Potrebni pogoj
Signal je v obeh načinih podan z enakim številom točk. V časovni domeni je podan z realno funkcijo $U(t)$, definirano po celi časovni osi $t \in (-\infty, \infty)$. V frekvenčni domeni je signal podan s kompleksno funkcijo $U(\omega)$, definirano na frekvenčnem poltraku $\omega \in [0, \infty)$. Kompleksna funkcija je sestavljena iz dveh realnih funkcij. V polarnih koordinatah sta ti: amplituda $A(\omega)$ in faza $\phi(\omega)$. Ena je definirana na toliko točkah kot funkcija $U(t)$ za $t \geq 0$, druga na toliko kot $U(t)$ za $t \leq 0$. Točka $\omega = 0$ je upoštevana dvakrat, a sta tukaj amplituda in faza povezani med sabo. Velja namreč $A(0) \cdot \cos\phi(0) = konstanta$, saj frekvenca 0 pomeni enosmerno (konstantno) napetost.

Zadostni pogoj
Obstaja povratno enolična preslikava med funkcijama $U(t)$ in $U(\omega)$. Ta preslikava je Fourierjeva transformacija.

V kompleksnem zapisu smo sinusno vzbujanje pisali:

$$\widetilde{I}(t) = I_0 e^{i\omega t}$$

in

$$\widetilde{U}(t) = Z(\omega) I_0 e^{i\omega t} = U_0(\omega) e^{i\omega t}$$

Imejmo zdaj vzbujanje z vsoto sinusnih nihanj, katerih amplituda in faza sta za vsako frekvenco drugačni:

$$\widetilde{I}(t) = \sum_{k=1}^{n} I_0(\omega_k) e^{i\omega_k t + \phi(\omega_k)}$$

Ker je sistem linearen, je tudi:

$$\widetilde{U}(t) = \sum_{k=1}^{n} Z(\omega_k) I_0(\omega_k) e^{i\phi(\omega_k)} e^{i\omega_k t} = \sum_{k=1}^{n} U_0(\omega_k) e^{i\omega_k t}$$

Enako velja tudi za neskončno vrsto sinusnih nihanj:

$$\widetilde{U}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} U_0(\omega_k) e^{i\omega_k t}$$

Če frekvence zgostimo ($\omega_{k+1} - \omega_k = \Delta\omega \to 0$), hkrati pa zmanjšamo amplitude nihanj tako, da je spektralna gostota:

$$U(\omega) = \pi \cdot \lim_{\Delta\omega \to 0} \frac{U_0(\omega + \Delta\omega) - U_0(\omega)}{\Delta\omega}$$

končna, preidemo v integral:

$$\widetilde{U}(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty U(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

Prehod v realni zapis $U(t)$, ki ga iščemo, je:

$$U(t) = Re(\widetilde{U}(t)) = \frac{1}{2}(\widetilde{U}(t) + \widetilde{U}^*(t)) = \frac{1}{2\pi}(\int_0^\infty U(\omega) e^{i\omega t} d\omega + \int_0^\infty U^*(\omega) e^{-i\omega t} d\omega)$$

V drugem integralu zadnjega izraza uvedemo novo spremenljivko $\omega' = -\omega$, predznak minus potem uporabimo za obrnitev mej, tako da integral postane:

$$\int_{-\infty}^0 U^*(-\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

Kaj je $U^*(-\omega)$? V linearnih vezjih nastopa imaginarna enota i vedno v produktu s frekvenco ω, zato:

$$U^*(-\omega) = U^*(-i\omega) = U(i\omega) = U(\omega)$$

Z upoštevanjem zadnjega dobimo iskani rezultat:

$$U(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty U(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

ki je *inverzna Fourierjeva transformacija.*

Kako je kompleksna funkcija $U(\omega)$ definirana za negativne frekvence ? Odgovor smo dobili med izpeljavo. Definicija je:

$$U(-\omega) = U^*(\omega)$$

Kar pomeni, da je realni del $U(\omega)$ simetrična funkcija, imaginarni del pa antisimetrična (če to ne bi držalo, bi bila $U(t)$ kompleksna).

Drugi del zadostnega pogoja je obstoj transformacije iz časovne v frekvenčno domeno. Poskusimo takole:

$$\int_{-\infty}^\infty U(t) e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^\infty (\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty U(\omega') e^{i\omega' t} d\omega') e^{-i\omega t} dt =$$

$$= \int_{-\infty}^\infty d\omega' U(\omega') \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty e^{i(\omega' - \omega)t} dt$$

Izračunati moramo integral po času v zadnjem izrazu zgoraj, torej

$$\int_{-\infty}^\infty e^{i\omega t} dt = 2 \int_0^\infty \cos(\omega t) dt = 2 \lim_{t \to \infty} \frac{\sin(\omega t)}{\omega}$$

saj je funkcija *kosinus* simetrična in funkcija *sinus* antisimetrična. Funkcija $f(\omega) = \frac{\sin(\omega t)}{\omega}$ ima ničle pri $\omega_k = \frac{k\pi}{t}, k = \pm 1, \pm 2, ...$, in pri $\omega = 0$ maksimum $f(0) = t$. V limiti $t \to \infty$ se ničle funkcije $f(\omega)$ gostijo, vrednost funkcije pri 0 pa gre čez vse meje:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\sin(\omega t)}{\omega} = \begin{cases} \infty & \omega = 0 \\ 0 & \omega \neq 0 \end{cases}$$

Integral funkcije $f(\omega)$ je končen in pri vseh t enak:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\omega t)}{\omega} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \pi$$

Imamo torej še en način izraza za δ funkcijo:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} dt = 2\pi\delta(\omega)$$

Izpeljavo zdaj lahko zaključimo, če upoštevamo $\int f(x)\delta(x - x_0)dx = f(x_0)$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} U(t)e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} U(\omega')\delta(\omega' - \omega)d\omega' = U(\omega)$$

Fourierjeva transformacija funkcije $U(t)$ je:

$$U(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(t)e^{-i\omega t} dt$$

Inverzna Fourierjeva transformacija je:

$$U(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(\omega)e^{i\omega t} d\omega$$

Linearno vezje torej lahko opisujemo v kateri koli domeni. Navadno raje izberemo frekvenčno domeno, ker so tam enačbe algebraične. Fourierjeva transformacija potem služi za prehod v drugo domeno.

Navedimo dva primera Fourierjeve transformacije:

- δ impulz

$$U(t) = a\delta(t)$$

$$U(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} a\delta(t)e^{-i\omega t} dt = a$$

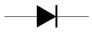
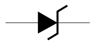
  δ impulz vsebuje vse frekvence enakomerno.

- Pravokotni impulz dolžine T

$$U(t) = \begin{cases} U_0 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & drugje \end{cases}$$

$$U(\omega) = \int_{0}^{T} U_0 e^{-i\omega t} dt = 2U_0 e^{-i\omega T/2} \frac{\sin(\omega T/2)}{\omega}$$

1.16 Dioda

Simbol:  Simbol Zenerjeve diode: 

Dioda je polprevodniški element (spoj p-n), katere lastnost je dobro prevajanje električnega toka le v eno smer. Simbol za diodo označuje smer prevajanja električnega toka. Odvisnost električnega toka od napetosti na diodi je eksponentna:

$$I = I_0(e^{U/V_T} - 1)$$

kjer je V_T termična napetost, definirana kot:

$$V_T = \frac{kT}{e_0} = 25.3mV \text{ pri } 20^0C$$

k je Boltzmannova konstanta, e_0 je osnovni naboj. I_0 je nasičeni tok v zaporni smeri, ki je reda velikosti nA. Odvisen je od vrste diode.

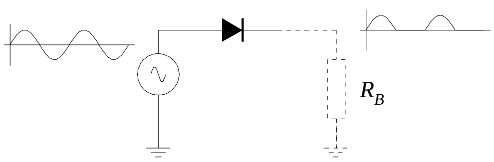
Enačba velja za napetosti, ki so večje od napetosti preboja v zaporni smeri (Zenerjev prag). Zenerjev prag je za splošno namenske diode okrog $75V$. Z ustreznim postopkom izdelave ga je mogoče znižati na nekaj voltov. Takšne diode imenujemo Zenerjeve diode in jih uporabljamo kot napetostno referenco npr. pri stabilizaciji napetosti. Vežemo jih v zaporni smeri.

Navadno vežemo diodo v prevodni smeri. Kadar je napetost na diodi večja od nekaj V_T, enko v enačbi zanemarimo. Električni tok raste eksponentno z napetostjo. Pri povečanju napetosti za $60mV$ se električni tok spremeni za faktor 10. Zato imamo v širokem območju električnega toka ($1mA - 1A$) na diodi skoraj konstantno napetost, ki je okrog $0.6V$. Diodo lahko v dobrem približku imamo za element, ki prevaja le v eno smer. Kadar prevaja, je na njej padec napetosti $\approx 0.6V$.

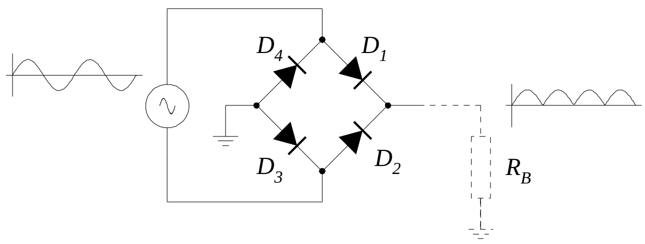
Navedimo nekaj primerov uporabe:

Usmernik

Iz izmenične sinusne napetosti želimo narediti enosmerno napetost. Z eno diodo izvedemo *polovično usmerjanje*, kot prikazuje slika.

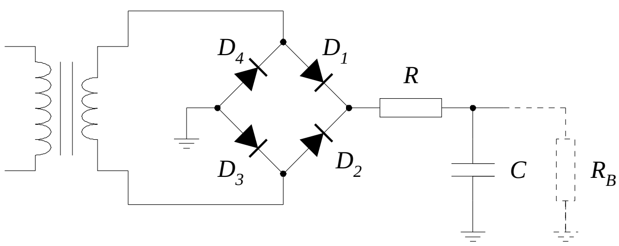


Polno usmerjanje izvedemo s štirimi diodami (*Graetzov mostiček*).



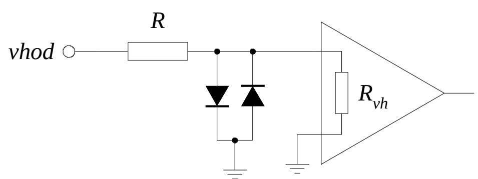
Ko je sinusni val pozitiven, teče električni tok iz vira skozi diodo D1 v breme in se vrača nazaj v vir skozi diodo D3. V negativnem delu vala teče električni tok skozi diodo D2 v breme in se vrača nazaj skozi diodo D4. V obeh primerih je smer toka skozi breme ista.

Po usmerjanju moramo izhod še zgladiti. Na izhod dodamo RC člen z velikim kondenzatorjem in majhnim uporom ($R \ll R_B$). Uspešno zgladimo izhod, če je časovna konstanta RC člena veliko večja od periode sinusne napetosti ($RC \gg 1/f$).



Limiter

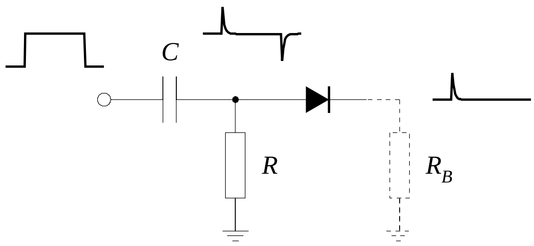
Z dvema diodama, vezanima vzporedno, a v nasprotnih smereh, kot prikazuje shema, zaščitimo občutljiv vhod predojačevalca pred visokimi napetostnimi sunki.



Zaradi eksponentne odvisnosti toka od napetosti na diodi, napetost na paru diod s sheme in na vhodu predojačevalca ne preseže $\approx \pm 0.6V$, če je električni tok dovolj omejen. Tok omejimo z zaščitnim uporom R. Pri izbiri le-tega upoštevamo še, da predstavljata zaščitni upor in vhodna upornost predojačevalca R_{vh} delilec napetosti. Zato je smiselno izbrati $R < R_{vh}$.

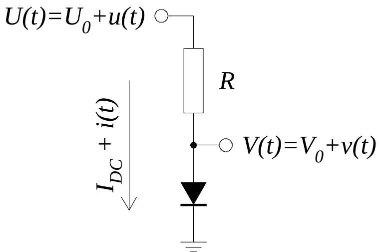
Usmerjanje signalov

Včasih želimo dolg pravokotni impulz čimbolj skrajšati. Uporabimo CR člen z majhno RC konstanto. Na izhodu dobimo poleg pozitivne konice na mestu, kjer se pozitivni pravokotni impulz začne, še negativno tam, kjer se konča. Negativno konico odstranimo z diodo. Glej sliko.



Upornost diode pri majhnih signalih

Pri majhnih signalih lahko diodo obravnavamo kot linearni element. Imejmo upor in diodo vezano serijsko, kot prikazuje shema.



Napetost $U(t)$ naj vsebuje poleg nekaj voltov velike enosmerne komponente U_0 tudi majhno izmenično komponento $u(t)$. Tudi električni tok zapišemo kot vsoto enosmernega toka I_{DC} in majhnega izmeničnega toka $i(t)$. Diodno odvisnost napetosti od toka razvijemo v Taylorjevo vrsto okrog I_{DC} do linearnega člena:

$$V(I_{DC} + i(t)) = V(I_{DC}) + \frac{dV}{dI}(I_{DC}) \cdot i(t) = V_0 + r \cdot i(t)$$

Napetost na diodi pri dovolj velikem toku I_{DC} je $V_0 \approx 0.6V$ Koeficient razvoja r v linearnem členu je upornost diode za majhne signale oziroma *dinamična upornost*:

$$r = \frac{dV}{dI}(I_{DC}) = \frac{V_T}{I_{DC}}$$

in je obratno sorazmerna s tokom I_{DC} skozi diodo. Zadnji izraz smo dobili z odvajanjem eksponentne odvisnosti $I = I_0(e^{V/V_T} - 1)$, pri čemer smo enko v izrazu zanemarili. Za majhen signal velja Ohmov zakon:

$$v(t) = r \cdot i(t)$$

Dalje je:

$$I_{DC} = \frac{U_0 - V_0}{R} \qquad \text{in} \qquad i(t) = \frac{u(t) - v(t)}{R}$$

ter končno:

$$v(t) = \frac{r}{R + r} u(t)$$