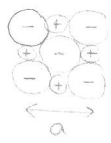


KRISTALI

periodična struktura, translacijska simetrija $\Delta \vec{r} = m_1 \vec{a} + m_2 \vec{b} + m_3 \vec{c} \quad m_{1,2,3} \in \mathbb{Z}$

Kristalne mreže: kubična, tetraedrska...

Vezi u kristaluh: ionska, kovalentna, van der Waalsova...



$$W_{e, Na^+} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0(\frac{a}{2})} \left(-6 + 12 \frac{1}{\sqrt{2}} - 8 \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots \right) = -\alpha_M \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 a}$$

W_e , par NaCl

α_M ... Madelungova konstanta; $\alpha_M = 1,75$

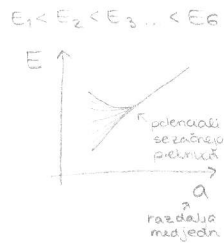
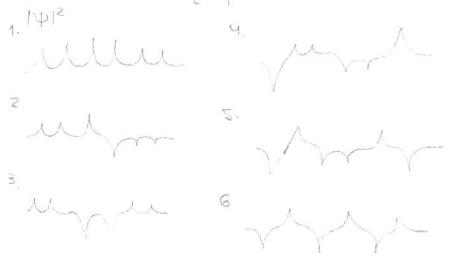
Schrödingerjeva enačba $-\hbar^2 \frac{\Delta \psi}{2m} = \hat{H} \psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V \psi$
 stacionarna: $\hat{H} \psi = W \psi$

ELEKTRONI V KRISTALIH

npr. 6 enakomerno razmaknjenih protonov in 1 elektron, razmik a

Valovna funkcija elektrona je linearna kombinacija valovnih funkcij za osnovno stanje vodikovega atoma s središči v protonih:

$\psi(\vec{r}) = \sum_{i=1}^6 c_i \Phi(\vec{r} - \vec{R}_i)$ Linearno neodvisnih kombinacij je 6 \rightarrow 3 simetrične, 3 antisimetrične.
 Po energiji so po vrsti 6 denatov kolikokrat imajo ničlo: več ničel večja energija

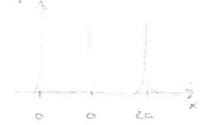


$E_1 < E_2 < E_3 \dots < E_6$
 Za velik n se energije med sosednjimi stanji zelo malo razlikujejo - nastane pas možnih elektronskih stanj.

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad m^* \dots \text{efektivna masa}$$

energija elektrona (proščalec: $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad \hbar k = p$)

Kronig-Penney model



$$\cos ka = \cos Ka + \frac{mA}{\hbar ka} \sin Ka$$

$$K = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

V limiti $ka \ll 1$ in $Ka \ll 1$:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \text{konst} \quad m^* = m$$

Približek tesne vezi

$$E = W_1 - 2J \cos ka$$

J... koeficient tesnosti vezi

za $ka \ll 1$: $\cos \frac{k}{a} = 1 - \frac{1}{2}(ka)^2$
 $E = k^2 a^2 J + \text{konst.}$

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} = J k^2 a^2$$

$$m^* = \frac{\hbar^2}{2Ja^2}$$

Približek skoraj prostih elektronov

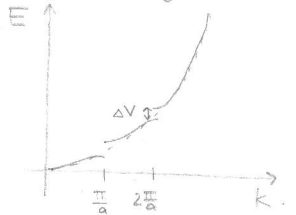
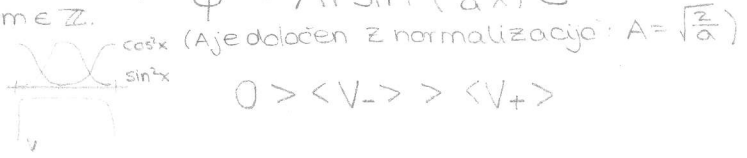
$\psi(\vec{r}) = A e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$ Če $ka \neq n\pi$ odbiti valovi destruktivno interferirajo, zato vzamemo $ka = n\pi$ in sestavimo ψ .

$$\psi(x) = \frac{A}{2} \left(e^{i(\frac{n\pi}{a}x - \omega t)} \pm e^{i(-\frac{n\pi}{a}x - \omega t)} \right)$$

Potencial je pulzacijski in znaten samo blizu m.a. $m \in \mathbb{Z}$.

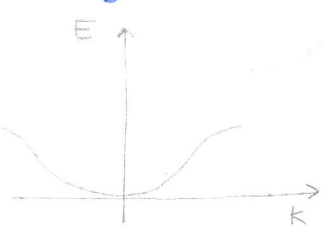
$$\langle V_+ \rangle = \int_0^a \psi_+^* V \psi_+ dx = \frac{2}{a} \int_0^a V(x) \cos^2 \frac{n\pi}{a} x dx$$

$$\langle V_- \rangle = \int_0^a \psi_-^* V \psi_- dx = \frac{2}{a} \int_0^a V(x) \sin^2 \frac{n\pi}{a} x dx$$



prošč. $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$
 pri ma odstopanja $\Delta V = \langle V_+ \rangle - \langle V_- \rangle$
 $k = \frac{n\pi}{a}$

Gibanje elektronov u zunanjem polju



$$Wk = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \quad p = mv = \hbar k$$

$$\frac{dWk}{dk} = \frac{\hbar^2}{m} k = \hbar v$$

Zunanja sila: $dWk = F dx = F v dt = F \frac{1}{\hbar} \frac{dWk}{dk} dt$

$$\frac{dk}{dt} = \frac{1}{\hbar} F = -\frac{e_0}{\hbar} E$$

F je zunanja sila, periodični potencial je že drugje upoštevan

Vizclatorjih \leftarrow Newtonov zakon $\dot{p} = F$.



Električni tok v kovinah

Newtonov zakon: $\frac{d\langle p \rangle}{dt} = -e_0 E - \frac{\langle p \rangle}{\tau}$
 (obravnavamo povprečno gibanje)
 elektronska sila dušenje

V stacionarnem stanju: $\frac{d\langle p \rangle}{dt} = -e_0 E$
 $\langle v \rangle = -\frac{e_0 \tau}{m} E$
 $\langle v \rangle = \beta E \quad \beta = \frac{e \tau}{m}$... gibljivost

Električni tok: $j = e \langle v \rangle \cdot n_e = e^2 \frac{\tau}{m} n_e E$

$j = \sigma E \quad \sigma = \frac{e^2 \tau n_e}{m} = e n_e \beta$... specifična prevodnost

povprečna prostornost: $\bar{l} = \tau v_F = \frac{1}{G_s n}$

$w_k = \frac{1}{2} k_B T = \frac{1}{2} M \bar{v}^2 = \frac{1}{2} M w_D^2 R_t^2$

Toplotna prevodnost kovin

$\sigma = \frac{1}{G_s} = \frac{\pi m v_F n_a k_B T}{e^2 n_e M w_D^2} \propto T$

$j_Q = -\delta n_e \frac{k_B \Delta T}{E} v_F$

$\Delta T = \frac{dT}{dx} \bar{l}$

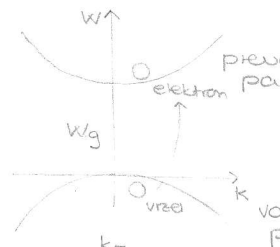
$\delta n_e \sim n_e \frac{k_B T}{E_F}$ delež el. ki prispevajo k prenosu toplote

$j_Q = -n_e \frac{k_B T}{2 m v_F} v_F = -k_B \tau v_F \frac{dT}{dx}$

$\lambda = \frac{2 n_e k_B^2 \tau T}{m}$

$\frac{\lambda}{\sigma} = \frac{2 k_B^2 T}{e^2}$

POLPREVODNIKI



Polprevodniki so izdoločeni, ki imajo popolnoma zaprt valenčni pas, špranja E_g med prevodnim in valenčnim pasom je majhna.

prevodni pas: $w(k) = E_g + \frac{1}{2} \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*}$

valenčni pas: $w(k) = -\frac{1}{2} \frac{\hbar^2 k^2}{2m_v^*}$

K toku prispevajo elektroni in urzeli:

$j = e_0 (\beta_e n_e + \beta_v n_v) E$

$N = \int_0^{k_F} g(k) dk \quad g(k) = 2 \frac{V}{(2\pi)^3} 4\pi k^2$

$N = \int_0^{W_F} g(w) f(w) dw \quad g(w) = V \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{\sqrt{w}}{2\pi^2}$

$f(w) = \frac{1}{e^{\beta(w-W_F)} + 1}$

$\int_0^{W_F} g(w) dw = N$

$N_e = \int_{W_g}^{\infty} \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{w-W_g} \frac{1}{e^{\frac{w-W_F}{k_B T}} + 1} dw$

$n_e = n_0 \left(\frac{m_e^*}{m_v^*} \right)^{3/4} e^{\beta(E_F - E_g)}$

$n_v = n_0 \left(\frac{m_v^*}{m_e^*} \right)^{3/4} e^{-\beta E_F}$

$n_e \cdot n_v = n_0^2 e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$

$n_0 = 2 \left(\frac{2\pi \sqrt{m_e^* m_v^*}}{h^2} k_B T \right)^{3/2}$

V čistem polprevodniku $n_e = n_v$, $E_F = \frac{1}{2} E_g - \frac{3}{4} k_B T \ln \frac{m_e^*}{m_v^*}$

Polprevodnik s primesmi

večerna energija dodatnega elektrona glede na prevodni pas:

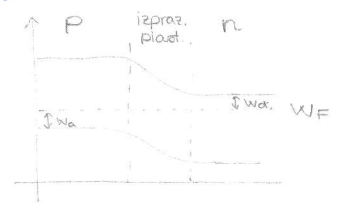
$\Delta W = -\frac{e^4 m}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \rightarrow -\frac{e^4 m^*}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} = \frac{m^*}{m} \frac{1}{\epsilon^2} W_0$

v Si: $\epsilon = 10$
 ΔW je majhen

večinski nosilci toka

n tip: dodane 5 valenčne primesi, donorski nivo tik pod prevodnim pasom, elektroni
 p tip: dodane 3 valenčne primesi, akceptorski nivo tik nad valenčnim pasom, urzeli
 W_F je blizu $W_{donorski}$ oz $W_{akceptorski}$

p-n stik

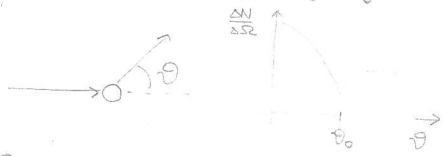


→ prevodna smer
 ← zaporna smer

ATOMSKA JEDRA

Rutherfordov poskus (sipanje γ najednih): $r_j \ll r_{atoma}$

Zmentuami sipanja γ , e, n, p najednih določili r_j .



Prvi uklonski minimum (okrogla reza)

$$\sin \theta_0 = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{2r_j}$$

$$r_j = \frac{1,22 \lambda}{2 \sin \theta_0}$$

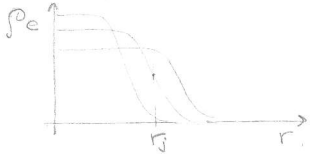
$$r_j = r_0 A^{1/3}$$

$$A = Z + N = \#p + \#n$$

To pomeni da je gostota nukleonov v jedrni konstantna

$$r_0 = 1,1 \text{ fm}$$

S poskusi z $\lambda < d$ izmenili tudi porazdelitev naboja v jedru:



$$\rho_e(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{-\frac{r-r_j}{s}}}$$

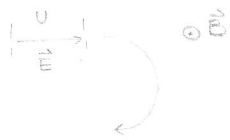
ρ_e je približno konstantna do r_j potem 0.

Za večja jedra je ρ_0 manjša.



Se podrobneje mentue: porazdelitev naboja v p in n:

Mentue mase jedra: masni spektrometer:



$$eU = \frac{1}{2}mv^2$$

$$m \frac{v^2}{R} = evB$$

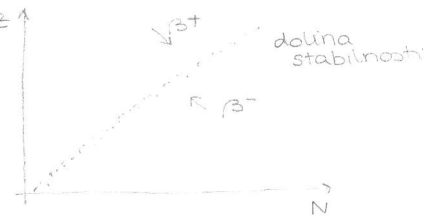
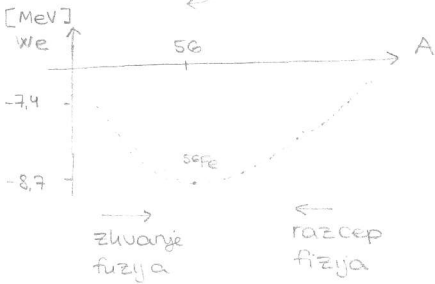
$$m = \frac{eB^2R^2}{2U}$$

$m_j < Zm_p + Nm_n$ Ker je sistem vezan

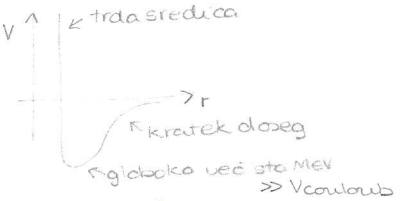
Vezavna energija:

$$W_v = mc^2 - Zm_p c^2 - (A-Z)m_n c^2$$

$$W_v = \frac{W_v}{A} \text{ specifična vezavna energija}$$



Potencial jedrske sile je kratkega dosega - nukleoni čutijo le sosede, potencial je neodvisen od uste nukleona.



Semiempirična masna formula (kapljini model)

$$W(A, Z) = -w_0 A + w_1 A^{2/3} + w_2 \frac{Z^2}{A^{1/3}} + w_3 \frac{(A-Z)^2}{A} + w_4 \frac{\delta_{ZN}}{A^{3/4}}$$

jedrska sila: usak čuti le sosede

površina: nukleoni z manj sosedov

elektrostatska energija

jedra z $Z=N$ pogostejše stabilna

$\delta_{ZN} = \begin{cases} 1 & \text{liho liho} \\ -1 & \text{sodo sodo} \\ 0 & \text{sodo liho} \end{cases}$

Elektrostatska energija enakomerno nabite krogle:

$$W = \frac{3}{20} \frac{Z^2 e_0}{4\pi \epsilon_0 r_j} \propto \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

stabilnost pri $Z=N$

$$\frac{(1 - \frac{Z}{N})^2}{(1 + \frac{Z}{N})^2} = \frac{(N-Z)^2}{(N+Z)^2} = \frac{(A-2Z)^2}{A^2}$$

Liho liha stabilna jedra so redka.

Če primerjamo napoved semiempirične masne formule z izmerjenimi w , ugotovimo da so pri določenih vrednostih Z in N jedra bolj vezana

$W_{izm} < W_{semp}$ To je pri magičnih številah: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 ...

Lupinski model

Woods-Saxonov potencial efektiven jedrski potencial:

$$V_{ef} = - \frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-r_j}{s}}}$$

Potencial aproksimiramo s harmonskim:

$$V(r) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 (x^2 + y^2 + z^2)$$

zhajaliž gostota naboja v jedru.

Vzamemo nastavek:

$$\Psi(\vec{r}) = X(x) Y(y) Z(z)$$

$$\Psi(\vec{r}) = R(r) \cdot Y_{lm}(\theta, \varphi)$$

$$E_x = \hbar \omega (n_x + \frac{1}{2})$$

$$E_y = \hbar \omega (n_y + \frac{1}{2})$$

$$E_z = \hbar \omega (n_z + \frac{1}{2})$$

$$E = \hbar \omega (n + \frac{1}{2})$$

$$n = 2n_r + l + 1$$

Schrödingerjeva enačba:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\vec{r}) + V_{ef}(r) \Psi(\vec{r}) = W \Psi(\vec{r})$$

Še popravek zaradi ls-sklopitve, da dobimo razpored po pravih magičnih številih.

Ena lupina je definirana s števili:

$$n, l \text{ in } j$$

če $j = l + \frac{1}{2}$: $2l+2$ starij,

če $j = l - \frac{1}{2}$: $2l$ starij.

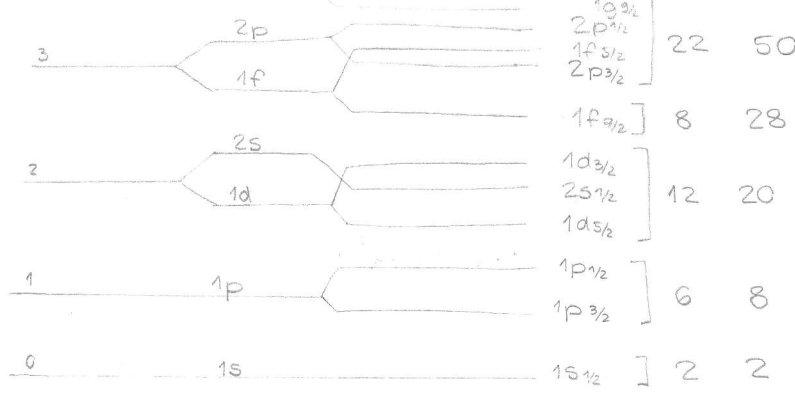
$$\langle \hat{l} \cdot \hat{s} \rangle = \frac{\hbar^2}{2} (j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)) = \frac{\hbar^2}{2} \begin{cases} l & j = l + \frac{1}{2} \\ -(l+1) & j = l - \frac{1}{2} \end{cases}$$

Oznake: n, l, j
 $0, s$
 $1, p$
 $2, d$
 $3, f$
 Parnost: $P = (-1)^l$

$\langle V_{es} \rangle \propto - \langle \hat{l} \cdot \hat{s} \rangle$
 starije z manjšim j ima nižjo energijo

n_x	n_y	n_z	n	št. starij Z	\sum št. starij
0	0	0	0	$1 \cdot 2 = 2$	2
1	0	0	1	$3 \cdot 2 = 6$	8
0	1	0	1	$3 \cdot 2 = 6$	8
0	0	1	1	$3 \cdot 2 = 6$	8
1	1	0	2	$5 \cdot 2 = 10$	20
1	0	1	2	$5 \cdot 2 = 10$	20
0	1	1	2	$5 \cdot 2 = 10$	20
1	1	1	3	$15 \cdot 2 = 30$	40
1	0	2	3	$15 \cdot 2 = 30$	40
2	0	0	3	$15 \cdot 2 = 30$	40

" (n+1)(n+2) Prvih 3 se ujema z mag. števili, napreje.



magična števila

Primer jadra:

${}^6_3\text{Li}: p: 1s_{1/2}^2 1p_{3/2}^1$
 $h: 1s_{1/2}^2 1p_{3/2}^1$
 ${}^7_3\text{Li}: p: 1s_{1/2}^2 1p_{3/2}^1$
 $h: 1s_{1/2}^2 1p_{3/2}^2 \quad J^P = 3/2^-$

Par protonov ali par neutronov v istem stanju se spari v skupno vrtilno količino 0. J tako dobčajo le nesparjen neutron in/ali proton.

Primer ${}^{17}_8\text{O}_7$

$1p_{1/2}$	∞	∞	∞
$1p_{3/2}$	∞	∞	∞
$1s_{1/2}$	∞	∞	∞
	osnovno	uzbuj.	uzbuj.

Vzbujena stanja

enonukleonska vzbujena stanja: nukleon preskoči v višji nezasedeni nivo $\Delta E \sim \text{nekaj MeV}$

rotacijska vzbujena stanja:

možna u jednih, ki niso sferično simetrična, sodaleč od magičnih števil $W = \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1)$

vibracijska vzbujena stanja:

ekvidistantna v energiji, u jednih blizu magičnih števil

Razpad γ

$X^* \rightarrow X + \gamma \quad \frac{1}{\tau} = \frac{W_{12}^2 |\langle P_{e12} \rangle|^2}{3\pi \epsilon_0 c^3 \hbar}$

(Enako kot dipolno sevanje atomov zaradi prehodov med elektronskimi stanji - velikostni red: $E \sim 1 \text{ MeV}$, $d \sim 5 \text{ fm}$, $\tau \sim 10^{-16} \text{ s}$)

Izbirna pravila:

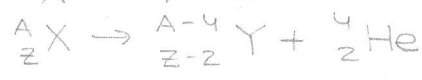
- $P \rightarrow -P$ (parnost se mora spremeniti)
- $\Delta J = J' - J = \pm 1, 0$ (samo če $J \neq 0$)

Izbirna pravila povedo, da $P_{e12} \neq 0$ in je dipolni prehod možen.

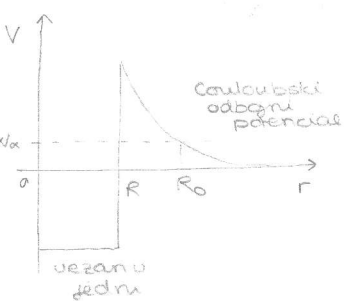
Razpad α

$X \rightarrow Y + \alpha$

$\Delta E = M_X c^2 - M_Y c^2 - M_\alpha c^2$



$\Delta E \ll M_\alpha c^2: M_Y v_Y = -M_\alpha v_\alpha \quad W/k(\alpha) = \frac{\Delta E}{1 + \frac{M_\alpha}{M_Y}} \sim \Delta E$
 $\Delta E = \frac{1}{2} M_Y v_Y^2 + \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2$



Potencial, ki ga čuti delec α :

$V_C = C \frac{Z(Z-2)}{r} \quad C = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \quad R = r_Y + r_\alpha = r_0 (4^{1/3} + (A-4)^{1/3})$

$V_C(R) \gg W_\alpha$ Daprivedo α razpada mora delec α tunelirati skozi potencialno bariero.

$R_0 = \frac{CZ(Z-2)}{W_\alpha}$

prepustnost potencialne plasti (visina V, širina X)

$T = \frac{1}{1 + \frac{1}{16} (\frac{k}{K} + \frac{K}{k})^2 (e^{kx} - e^{-kx})}$
 $T \approx e^{-2KX}$

$k = \sqrt{\frac{2m(W_\alpha)}{\hbar^2}}$
 $K = \sqrt{\frac{2m(V - W_\alpha)}{\hbar^2}}$
 $\frac{1}{m} = \frac{1}{M_Y} + \frac{1}{M_\alpha}$

Skupna prepustnost:

$T = \prod T_i \quad T_i = e^{-2K_i \Delta r}$

$\ln T = \sum \ln T_i = \sum (-2K_i \Delta r) = \int_{R_0}^{R_0} (-2) \sqrt{\frac{2m(V(r) - W_\alpha)}{\hbar^2}} dr$

$V(r) = C \frac{Z(Z-2)}{r} = W_\alpha \frac{R_0}{r}$

$\ln T = -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m} \int_{R_0}^R \sqrt{V(r) - W_\alpha} dr = -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2mW_\alpha} \int_{R/R_0}^1 \sqrt{\frac{1}{u} - 1} du$

$\ln T = -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2mW_\alpha} R_0 \left[\int_0^1 \sqrt{\frac{1}{u} - 1} du - \int_{R/R_0}^1 \sqrt{\frac{1}{u} - 1} du \right] = -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2mW_\alpha} R_0 \left(\frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{R}{R_0}} \right)$

① $\int_0^1 \sqrt{\frac{1}{u} - 1} du = \int_0^{\pi/2} 2 \sin\varphi \cos\varphi \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi} d\varphi = 2 \int_0^{\pi/2} \cos^2\varphi d\varphi = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$

$\ln T = -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2mW_\alpha} \frac{CZ(Z-2)}{W_\alpha} \left(\frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{R W_\alpha}{CZ(Z-2)}} \right)$

$u = \sin^2\varphi \quad \frac{1}{\sin^2\varphi} - 1 = \cot^2\varphi$
 $du = 2 \sin\varphi \cos\varphi d\varphi$

② $\int_{R/R_0}^1 \sqrt{\frac{1}{u} - 1} du \approx \int_{R/R_0}^1 \frac{du}{\sqrt{u}} = 2\sqrt{\frac{R}{R_0}}$
 $R/R_0 \ll 1$

Podoben α razpadu je spontani razcep, ko jedro razpade na dve približno enako veliki jedri

Razpadni čas ocenimo:

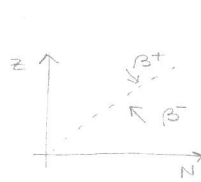
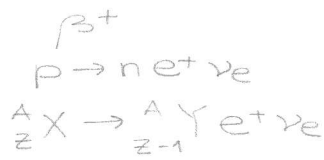
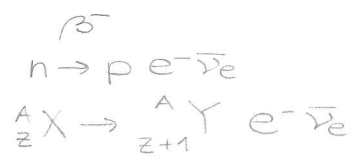
$T = \frac{t_1}{\tau} = \frac{2R}{V_\alpha \tau} = \frac{2R}{\sqrt{\frac{2mW_\alpha}{\hbar^2}} \tau}$

$\ln T = -\ln T + \ln \frac{2R}{\sqrt{\frac{2mW_\alpha}{\hbar^2}}}$

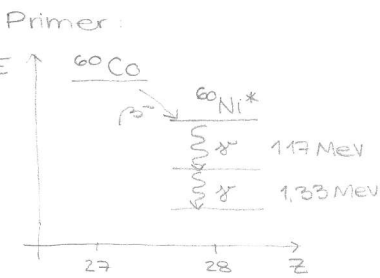
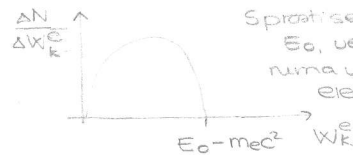
$\ln T = \frac{a}{\sqrt{W_\alpha}} + b$

W_α so med 4 MeV in 8 MeV. Če bi bil W_α manjši je τ tako velik da je mogoče jedro za obstojno.

Razpad β



Kako vemo, da nastane ν ?
 Sprati se energija E_0 , vendar nima vse te energije elektron



Nastalo jedro je pogosto u vzbujenem stanju
 Visokoenergijski γ žarki se uporabljajo za obsevanje raka

Določanje starosti organskih snovi:
 ${}^{14}_6 C \rightarrow {}^{14}_7 N e^- \bar{\nu}_e \tau = 8267 \text{ let}$

Jedrske reakcije

elastično sipanje $A+B \rightarrow A+B$
 neelastično sipanje $A+B \rightarrow A+B^*$
 šedruge močnosti: $A+B \rightarrow C+D+\dots$
 $A+B \rightarrow C^* \rightarrow D+E+\dots$

$\sigma \rightarrow \dots \rightarrow \sigma$ sipalni presek: menilo za verjetnost, da reakcija poteka
 $N_X = \frac{N_j}{S} N_i \cdot G$ št. reakcij, $\Delta N_X = \frac{N_j}{S} N_i \frac{d\sigma}{d\Omega} \Delta\Omega$ diferencialni sipalni presek
 $G = \int \sigma d\Omega$ ploščaina gostota jedr utarči, σ št. projektilov

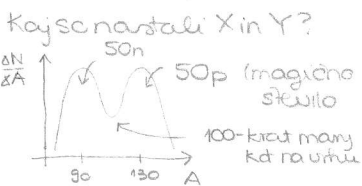
1b (barn) = 1fm · 1fm = 10^{-28} m^2
 (tipična velikost G)

Fizijski reaktor



$\bar{\nu} = 2,47$
 Če nastali neutroni povzročijo iste razcepe pride do veržne reakcije - preprečiti je treba, da se porabijo za drugo reakcijo ipd.

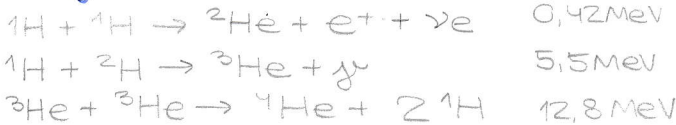
- obogatitev urana: ${}^{235} U: 0,72\% \text{ naravno} \rightarrow 3\%$
- termalizacija (upočasnjevanje) neutronov: trki na lahkih jedrih brez absorpcije zato se uporablja snov, moderater: npr. voda, težka voda ali grafit.
- Kontrolne palice: snov ki zelo dobro absorbira n, kadmij (uraunavanje hitrosti reakcije)



Samoregulacija: če se poveča temperatura se poveča sipalni presek za $n + {}^{238} U$ in se reaktor ustavi.

Nastali jedri imata "preveč" neutronov, razpadata z β^- , energija se sprošča še potem ko reaktor ugasnejo.
 Hiti elektroni od β^- povzročajo v vodi sevanje Čerenkova.

Fuzija



Z zlivanjem jeder nastajajo elementi do Fe (najnižja specifična vezavna energija).
 Nadaljni elementi se nastali ob eksploziji supernov.

Verjetnosti za reakcijo so zadostne šele pri zelo visokih temperaturah $T \sim 10^8 \text{ K}$, saj mora imeti jedro dovolj veliko energijo, da stisne v drugega (raunobratno kot pri α razpadu.)

Resonančno sipanje

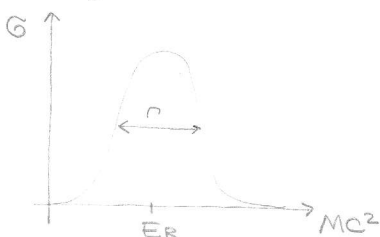
Reakcije lahko potekajo direktno ali preko resonance - kratkoživega vmesnega stanja (delca).

Breit-Wignerjeva formula:

$$G = \frac{G_0}{(E - E_R)^2 + (\frac{1}{2}\Gamma)^2}$$

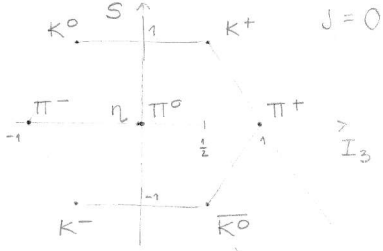
Γ je širina na polovični višini in hkrati $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$

odvisnost sipalnega preseka za neko reakcijo od invariantne mase:



Mezoni

$$q = I_3 + \frac{1}{2}S$$



- $K: I = \frac{1}{2} \quad I_3 = \pm \frac{1}{2} \quad S = \pm 1$
- $\Pi: I = 1 \quad I_3 = \pm 1, 0 \quad S = 0$
- $\eta: I = 0 \quad S = 0$

- I ... izospin
- I_3 ... projekcija izospina
- S ... čudnost

oktet mezomov

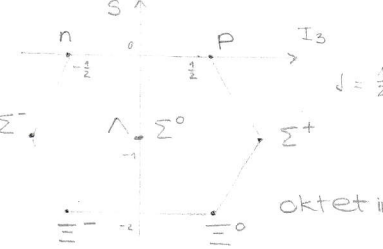
Raznomo leptone in hadrone
kijih delimo na mezone in barione.

Ohranitveni zakoni:

- naboj
- čudnost (razen pri razpadu)
- število barionov

Barioni

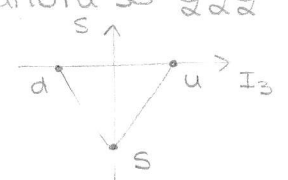
$$q = I_3 + \frac{1}{2}(S+1)$$



oktet in deкупlet

	e	S	I_3
u	$\frac{2}{3}e_0$	0	$\frac{1}{2}$
d	$-\frac{1}{3}e_0$	0	$-\frac{1}{2}$
s	$-\frac{1}{3}e_0$	-1	0

mezoni so $q\bar{q}$
barioni so qqq



Zakaj sta v sredini dva delca (dve stanji)?

Za mezone: v sredini so linearne kombinacije stanj: $s\bar{s}, u\bar{u}, d\bar{d}$.

Stanje invariantno na menjavo kvarkov: $|\eta'\rangle = |u\bar{u} + s\bar{s} + d\bar{d}\rangle$ (posebno, ni unarših tabelah).

Obstajata še dva delca ortogonalna na η' - to sta η in Π^0 .

Določimo ju tako, da sta ortogonalna in Π^0 nima S kvarkov (ker ju Π^+ in Π^- umota)

$$|\Pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle)$$

$$|\eta\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle - 2|s\bar{s}\rangle)$$

FERMIONI
spin 1/2
antisimetr.
val. fun.

BOZONI
spin 1
simetrične
val. fun.

Standardni model

kvarki	spin 1/2	C	S	T	B
u	$\frac{2}{3}$	0	0	0	0
d	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	0
c	$\frac{2}{3}$	1	0	0	0
s	$-\frac{1}{3}$	0	1	0	0
t	$\frac{2}{3}$	0	0	1	0
b	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	1

LEPTONI	spin 1/2	L_e	L_μ	L_τ
ν_e	0	1	0	0
e	-1	1	0	0
ν_μ	0	0	1	0
μ	-1	0	1	0
ν_τ	0	0	0	1
τ	-1	0	0	1

umerjeni
BOZONI (prenašalci interakcij)
spin 1

- EM: γ foton
- šibka: Z^0
 W^-
- močna: 8 gluonov (nosijo barvni naboj)

+ barvni naboj (3)

Ohranitveni zakoni:

1. Ohranitev četverca gib. količine p^μ
2. Ohranitev električnega in barvnega naboja
3. Ohranitev barionskega števila.
4. Ohranitev leptonskega števila po generacijah.
5. Ohranitev okusa (kvantnih števil C, S, T, B), razen pri nabiti šibki interakciji.

Prostih kvarkov ni.
V režimu elastičnega sipanja se e^- siplje na p kot na prostonko porazdeljenem naboju.
V režimu globoko neelastičnega sipanja (veliko št. nastalih delcev poleg e^-) pa kot na točkastih nabojih.

Feymannovi diagrami

verjetnost za proces $\propto |\mathcal{M}|^2$ \mathcal{M} ... amplituda za prehod $\mathcal{M} \propto \Pi$ verteksi Π propagatorji

propagator: $\frac{1}{q^2 - M^2 c^2}$ masa nosilca interakcije

EM: $\sqrt{\alpha_{EM}} e_1 e_2$

Močna: $\sqrt{\alpha_S}$

šibka: $\sqrt{\alpha_W} V_{q_1 q_2}$

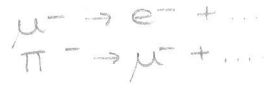
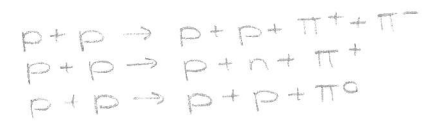
Matrica Cabibbo-Kobayashi-Maskawa: $V_{CKM} = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix}$

V_{CKM} je skoraj realna in skoraj diagonalna.

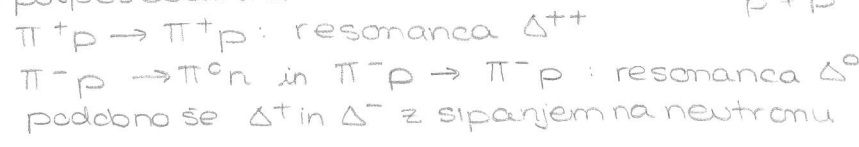
Odkrivanje delcev

1. radioaktivni razpad: p, n, e^-, e^+, ν_e (30. leta)

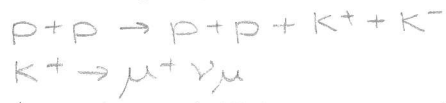
2. kozmični delci: odkritje miona μ in piona π



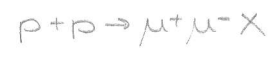
3. pospeševalniki



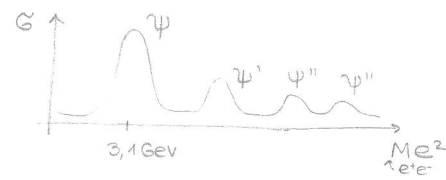
4. čudni delci (kvark s)



5. kvark c (1974), mezoni D



$c\bar{c} = J/\psi$



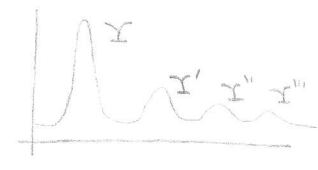
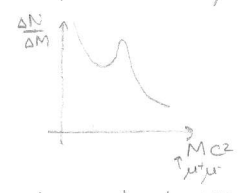
Ni neko uzbujeno stanje žee poznanih kvarkov, ker je resonanca ozka.

Ozka pomeni, da ima dolg razpadni čas, oz. malo hitrih razpadnih kanalov.

6. kvark b (1977), mezoni B



$b\bar{b} = \Upsilon$

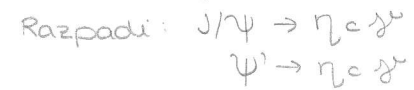
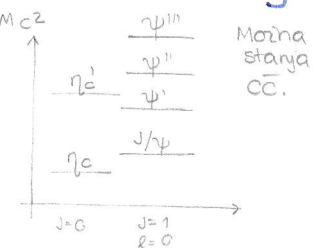


7. kvark t (1994)

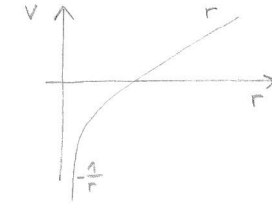
$t\bar{t}$ prehitro razpade, zaznali so $t \rightarrow b\mu^+\nu_\mu$

Močna interakcija

(vezana stanja težkih kvarkov = kvarkoniji)



Iz energij uzbujenih stanj sklepamo na obliko potenciala, ki veže kvarke.



$V(r) = -\frac{4}{3} \alpha_s \frac{\hbar c}{r} + kr$

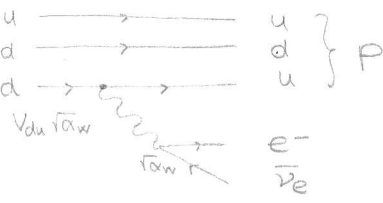
Na velikih razdaljah energija linearno harsčca, postane energijsko ugodnejše da nastanejo novi kvarki. Ne more biti kvark sam. Zato ni prostih kvarkov.

Šibka interakcija

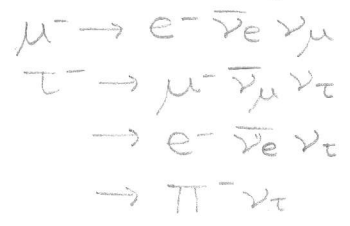
Wolfensteinova parametrizacija matrike CKM:

$V_{CKM} = \begin{bmatrix} 1-\lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho+i\eta) \\ -\lambda & 1-\lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & A\lambda^2 & 1 \end{bmatrix}$

V_{CKM} je unitarna matrika (vsota kvadratov po vsaki vrstici in vsakem stolpcu je 1).



Šibka interakcija pri leptonihi:



Neutrini interagirajo le šibko. Reakcija, ki se jo uporablja za detekcijo nevtronov: inverzni razpad β



Detekcija antinevtronov:

- 1) sočasna žarka γ z $E_\gamma = 0,511 \text{ MeV}$ v nasprotnih smereh od: $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$
- 2) zakasnjena žarka γ z $E_{Cd^*} \rightarrow Cd$ od: $n + Cd \rightarrow Cd^* \rightarrow Cd + \gamma$
- 3) 0 na veto števcu



Vir antinevtronov: jedrski reaktor (β^- razpad)
 Vir nevtronov: Sonce (fuzija)

Delec ↔ antidelec (prehod $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$)



$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = \hat{A} \Psi$$

Če je prehod $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$ mogoč, potem K^0 ni lastna funkcija \hat{A} .

$$\hat{A}|K^0\rangle = E_0|K^0\rangle + E_1|\bar{K}^0\rangle$$

$$\hat{A}|\bar{K}^0\rangle = E_0|\bar{K}^0\rangle + E_1|K^0\rangle$$

Najbo K_1 lastna funkcija \hat{A} :

$$\hat{A}|K_1\rangle = E_1|K_1\rangle$$

$$|K_1\rangle = \cos\varphi|K^0\rangle + \sin\varphi|\bar{K}^0\rangle$$

$$|K_2\rangle = -\sin\varphi|K^0\rangle + \cos\varphi|\bar{K}^0\rangle$$

$$\Delta E = 2E_1$$

$$E_1 = E_0 + E'$$

$$E_2 = E_0 - E'$$

ortogonalno stanje, tudi lastna funkcija

$$\hat{A}|K_1\rangle = \cos\varphi(E_0|K^0\rangle + E_1|\bar{K}^0\rangle) + \sin\varphi(E_0|\bar{K}^0\rangle + E_1|K^0\rangle)$$

$$E_1 \cos\varphi = E_0 \cos\varphi + E' \sin\varphi \rightarrow \tan\varphi = 1 \quad \varphi = \frac{\pi}{4}$$

$$E_1 \sin\varphi = E_0 \sin\varphi + E' \cos\varphi$$

$$|K_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|K^0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\bar{K}^0\rangle$$

$$|K_2\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}|K^0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\bar{K}^0\rangle$$

Časovni razvoj $|K^0\rangle$:

$$|K_1(t)\rangle = |K_1\rangle e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t}$$

$$|K_2(t)\rangle = |K_2\rangle e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t}$$

(časovni razvoj za lastna stanja \hat{A})

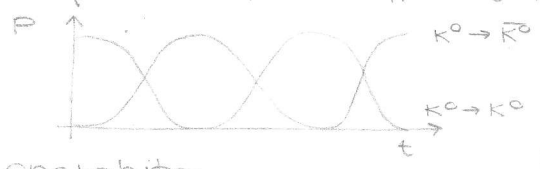
$$|K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|K_1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|K_2\rangle$$

$$|K^0(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t} - \frac{1}{\sqrt{2}}(-|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t} \right)$$

$$|K^0(t)\rangle = e^{-i\frac{E_0}{\hbar}t} \left(|K^0\rangle \cos\left(\frac{E_1}{\hbar}t\right) - |\bar{K}^0\rangle i \sin\left(\frac{E_1}{\hbar}t\right) \right)$$

$$P(K^0 \rightarrow \bar{K}^0, t) = |c_2(t)|^2 = \sin^2\left(\frac{\Delta E}{2\hbar}t\right)$$

$$P(K^0 \rightarrow K^0, t) = |c_1(t)|^2 = \cos^2\left(\frac{\Delta E}{2\hbar}t\right)$$



Izkaže se, da poleg prehajanja poteka tudi razpad in da K_1 in K_2 ne razpadata enako hitro

Podobno je tudi pri useh ostalih neutralnih mezonih: D^0, B^0, B_s^0

K_1 dolgoživi
 K_2 kratkoživi

Neutrinske oscilacije

ν_e, ν_μ, ν_τ prehajajo eden v drugega

Za samo ν_e in ν_μ : ν_1 in ν_2 sta lastni stanja \hat{H}

$$|\nu_e\rangle = \cos\varphi|\nu_1\rangle + \sin\varphi|\nu_2\rangle \quad |\nu_1(t)\rangle = |\nu_1\rangle e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t}$$

$$|\nu_\mu\rangle = -\sin\varphi|\nu_1\rangle + \cos\varphi|\nu_2\rangle \quad |\nu_2(t)\rangle = |\nu_2\rangle e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t}$$

$$|\nu_e(t)\rangle = \cos\varphi|\nu_1\rangle e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t} + \sin\varphi|\nu_2\rangle e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t}$$

$$|\nu_e(t)\rangle = (\cos^2\varphi e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t} + \sin^2\varphi e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t})|\nu_e\rangle + (-\cos\varphi\sin\varphi e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t} + \cos\varphi\sin\varphi e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t})|\nu_\mu\rangle$$

$$c_e(t) \quad c_\mu(t)$$

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, t) = |c_\mu(t)|^2 = \frac{1}{4} \sin^2 2\varphi |e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t} - e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t}|^2 = \frac{1}{4} \sin^2 2\varphi |e^{-i\frac{E_1+E_2}{2\hbar}t}|^2 |e^{-i\frac{E_2-E_1}{2\hbar}t} - e^{+i\frac{E_2-E_1}{2\hbar}t}|^2 = \sin^2 2\varphi \sin^2\left(\frac{E_2-E_1}{2\hbar}t\right)$$

$$E_1 = \sqrt{m_1^2 c^4 + p^2 c^2} \approx pc \left(1 + \frac{m_1^2 c^4}{2p^2 c^2}\right) \quad E_2 - E_1 = \frac{c^4}{2p^2 c^2} (m_2^2 - m_1^2)$$

$$E_2 = \sqrt{m_2^2 c^4 + p^2 c^2} \approx pc \left(1 + \frac{m_2^2 c^4}{2p^2 c^2}\right)$$

Pogoj, da lahko pride do mešanja: $m_1 \neq m_2$, nevtrini imajo maso.

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, p, L) = \sin^2 2\varphi \sin^2\left(\frac{m_2^2 - m_1^2}{4\hbar p^2} cL\right)$$

$$t = \frac{L}{v} \approx \frac{L}{c}$$

sevanje Čerenkova: (Delec se giblje hitreje od hitrosti svetlobe v snovi)

$$\cos\theta = \frac{c_0}{nv} = \frac{c_0}{nv}$$

$$\nu_e n \rightarrow p e^-$$

$$\nu_\mu n \rightarrow p \mu^-$$

Lahko dobimo p delca, posredno izmenimo E oz p nevtrina.

Vrtilna količina jedra

jedrski magneton: $\mu_j = \frac{e_0 \hbar}{2m_p} = \mu_B \frac{m_e}{m_p} = \frac{\mu_B}{1836} = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ Am}^2$

Magnetni moment:

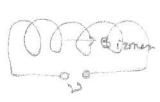
protona $\mu_z = g_p m_s \mu_j \quad g_p = 5,586 \quad \mu_p = 2,793 \mu_j$

neutrona: $\mu_z = g_n m_s \mu_j \quad g_n = -3,826 \quad \mu_n = -1,913 \mu_j$

Za jedro (sistem protonov in neutronov) izmerimo g :

$$\Delta W = W_{\text{mag}, M_{j+1}} - W_{\text{mag}, M_j} = g \mu_j B \quad (W_{\text{mag}} = -g M_j \mu_j B)$$

$h\nu$ menja frekvenco sevanja, prehod uzbujamo s izmeničnim poljem pravokotnim na smer statičnega polja



Vresonanci setrovi na $\nu = \frac{g \mu_j B}{h}$ tujavi največ moči

Uporaba: jedrska magnetna resonanca

kemijski premik: B je odvisen od okolice u m detetu.

MRI - medicinsko slikanje,

preučevanje strukture kristalov, molekul

Semiempirična masna formula

$$W(Z, A) = -W_0 A + W_1 A^{2/3} + W_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} + W_4 \frac{(A - 2Z)^2}{A} + W_5 \frac{\delta_{Z,N}}{A^{3/4}}$$

1. jedrski potencial sosedov: A nukleonov, vsak prinese toliko
2. nukleoni na površini nimajo vseh sosedov $S \propto r^2 \propto A^{2/3}$
3. elektrostatska energija enakomerno nabite kroglice z nabojem Ze_0

$$W = \int_0^R \frac{e(r)}{4\pi\epsilon_0 r} de(r) = \int_0^R \left(\frac{Ze_0}{\frac{4}{3}\pi r^3} \right)^2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} \left(\frac{r}{R} \right)^3 4\pi r^2 dr =$$

$$= \frac{Z^2 e_0^2}{\frac{4}{3}\pi R^3} \frac{1}{\epsilon_0 R^3} \int_0^R \frac{1}{5} r^5 = \frac{3 e_0^2}{20\pi\epsilon_0 R} \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

4. člen, ki ima minimum pri $Z = N$ in je sorazmeren z A

(Izmenjeno, da imajo stabilna jedra $Z \approx N$, težja jedra imajo nekoliko več N .)

$$A \frac{(1 - \frac{Z}{N})^2}{(1 + \frac{Z}{N})^2} = A \frac{(N - Z)^2}{(N + Z)^2} = \frac{(A - Z - Z)^2}{A} = \frac{(A - 2Z)^2}{A}$$

↑
Tako izberemo, da Z in N nastopata enakopravno.

5. Jedra s sodim št. protonov in neutronov so bolj vezana,

liho liha so slabše, so dokaj redka:

$$J_{ZN} = \begin{cases} -1 & Z \text{ sod, } N \text{ sod} & \text{Mentve pokažejo, daje} \\ 0 & Z, N - \text{en lihensod} & \text{ta člen sorazmeren} \\ 1 & Z, N \text{ liha} & \text{z } A^{-3/4}. \end{cases}$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$

Polprevodniki

gostota stanj $g(k) = 2 \frac{V}{(2\pi)^3} 4\pi k^2$ $N = \int_0^\infty g(k) dk$

zasedenost stanj $f(E) = \frac{1}{e^{\beta(E-E_F)} + 1}$

$g(k)dk \rightarrow g(E)f(E)dE$ $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ $dE = 2 \frac{\hbar^2}{2m} k dk =$

$g(k)dk = 2 \frac{V}{(2\pi)^3} 4\pi \frac{2m}{\hbar^2} E \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \frac{1}{\sqrt{E}} \frac{1}{2} dE = 2 \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m}} \sqrt{E} dk$

$g(k)dk = \frac{V}{(2\pi)^3} 4\pi \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \sqrt{E} dE$

Število elektronov v prevodnem pasu:

$N_e = \int_{E_g}^\infty g(E-E_g) f(E) dE = \frac{V}{(2\pi)^3} 4\pi \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \int_{E_g}^\infty \frac{\sqrt{E}}{e^{\beta(E-E_F)} + 1} dE$
↑ tu je samo kinetični del energije

$n_e = \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \int_{E_g}^\infty E^{1/2} e^{-\beta(E-E_F)} dE$ $u = \beta(E-E_g)$

$n_e = \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} e^{-\beta(E_g-E_F)} \int_0^\infty u^{1/2} e^{-u} du$

$n_e = \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} (k_B T)^{3/2} e^{\frac{E_F-E_g}{k_B T}} \sqrt{\pi} \frac{1}{2}$

$n_e = \frac{1}{4} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \frac{k_B T}{\pi}\right)^{3/2} e^{\beta(E_F-E_g)} = 2 \left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2}\right)^{3/2} e^{\beta(E_F-E_g)}$

Število vrzeli:

$N_v = \int_{-\infty}^0 g(E) (1-f(E)) dE = \int_{-\infty}^0 \frac{V}{(2\pi)^3} 4\pi \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \sqrt{E} e^{\beta(-E-E_F)} dE$
↑ zasedenost z elektroni

$1-f(E) = 1 - \frac{1}{e^{\beta(E-E_F)} + 1} = \frac{1}{1 + e^{\beta(E-E_F)}} = e^{\beta(E-E_F)}$

$n_v = \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} e^{-\beta E_F} \int_{-\infty}^0 E^{1/2} e^{-\beta E} dE$

$n_v = 2 \left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2}\right)^{3/2} e^{-\beta E_F}$

$n_v = n_e$ $m_e^{3/2} e^{\beta(E_F-E_g)} = m_v^{3/2} e^{-\beta E_F}$

$e^{\beta(2E_F-E_g)} = \left(\frac{m_v}{m_e}\right)^{3/2}$

$\frac{2}{k_B T} E_F = \frac{1}{k_B T} E_g + \frac{3}{2} \ln \frac{m_v}{m_e}$

$E_F = \frac{1}{2} E_g - \frac{3}{4} k_B T \ln \frac{m_e}{m_v}$