Meritev $A_{FB}^{\mathrm{b\overline{b}}}$ z nabitimi kaoni

1 Kaonska asimetrija in povezava z $A_{FB}^{\mathrm{b\overline{b}}}$

Namen meritve je izmeriti kvarkovsko asimetrijo $A_{FB}^{\mathrm{b\overline{b}}}$ iz kotno odvisne kaonske asimetrije, definirane kot:

$$A_{\mathrm{K}}(\vartheta) \equiv \frac{N_{\mathrm{K}^-}(\vartheta) - N_{\mathrm{K}^+}(\vartheta)}{N_{\mathrm{K}^-}(\vartheta) + N_{\mathrm{K}^+}(\vartheta)}\,, \tag{1}$$

kjer je ϑ polarni kot thrust osi, ki jo pripišemo posameznemu $\mathrm{K}^\pm$. Thrust os izberemo zato, ker se precej dobro ujema s smerjo začetnega kvarka.

Ker nas zanimajo samo razpadi $\mathrm{b\overline{b}}$, moramo od celotnega vzorca zaznanih $\mathrm{K}^\pm$ odšteti ozadje:

$$N_{\mathrm{K}^\pm}(\vartheta) = N_{\mathrm{K}^\pm,all}(\vartheta) - N_{\mathrm{K}^\pm,bg}(\vartheta)\,, \tag{2}$$

ki ga predstavljajo vsi tisti nabiti kaoni, ki nastanejo pri procesih, pri katerih ne gre za reakcijo $\mathrm{Z}^0 \to \mathrm{b\overline{b}}$. Da lahko povežemo kaonsko in kvarkovsko asimetrijo, moramo potem izraziti število kaonov (2) z $\tilde{N}_{\mathrm{b}}(\vartheta)$ in $\tilde{N}_{\overline{\mathrm{b}}}(\vartheta)$ [1]. To storimo v dveh korakih:

1. Najprej zapišemo število K^-(za K^+ velja analogni razmislek), ki jih zaznamo pri polarnem kotu ϑ_{K} in izhajajo iz pljuska, katerega polarni kot thrust osi je ϑ:

   $$N_{\mathrm{K}^-}(\vartheta_{\mathrm{K}},\vartheta) = N_{\mathrm{K}^-,all}(\vartheta_{\mathrm{K}},\vartheta) - N_{\mathrm{K}^-,bg}(\vartheta_{\mathrm{K}},\vartheta) = \tilde{c}^-(\vartheta_{\mathrm{K}},\vartheta)\tilde{N}_{\mathrm{b}}(\vartheta) + \tilde{w}^-(\vartheta_{\mathrm{K}},\vartheta)\tilde{N}_{\overline{\mathrm{b}}}(\vartheta)\,.$$

   $\tilde{c}^-(\vartheta_{\mathrm{K}},\vartheta)$ je verjetnost, da opazimo K^- v pljusku, ki ga kvark b povzroči pod kotom ϑ. Ravno tako je $\tilde{w}^-(\vartheta_{\mathrm{K}},\vartheta)$ verjetnost, da K^- opazimo v pljusku, ki ga pod kotom ϑ povzroči antikvark $\overline{\mathrm{b}}$. Seveda se je treba zavedati, da čistost kaonskega vzorca ni 1, saj so med zaznanimi kaoni tudi npr. pioni, ki jih napačno identificiramo kot kaone. No, to nas ne moti, saj se dá tudi te delce uporabiti za označevanje, če so le koeficienti $\tilde{c}$ in $\tilde{w}$ temu primerno definirani.

2. Zgornje število kaonov moramo sedaj le še integrirati po hemisferi, omejeni z ravnino, pravokotno na smer thrust osi, da dobimo število kaonov pri določenem kotu ϑ:

   $$N_{\mathrm{K}^-}(\vartheta) = \int_{\vartheta+\pi/2}^{\vartheta-\pi/2} \left\{\tilde{c}^-(\vartheta_{\mathrm{K}},\vartheta)\tilde{N}_{\mathrm{b}}(\vartheta) + \tilde{w}^-(\vartheta_{\mathrm{K}},\vartheta)\tilde{N}_{\overline{\mathrm{b}}}(\vartheta)\right\} d\vartheta_{\mathrm{K}} = \tilde{c}^-(\vartheta)\tilde{N}_{\mathrm{b}}(\vartheta) + \tilde{w}^-(\vartheta)\tilde{N}_{\overline{\mathrm{b}}}(\vartheta)\,.$$

[1] Količine, označene z ˜, se nanašajo na kvarke tik pred razpadom. Za povezavo z nastalimi kvarki glej poglavje o oscilacijah nevtralnih mezonov B.

Izražavi za $N_{\mathrm{K}^\pm}(\vartheta)$ lahko potem zapišemo v končni obliki:

$$N_{\mathrm{K}^-}(\vartheta) = \tilde{c}^-(\vartheta)\tilde{N}_{\mathrm{b}}(\vartheta) + \tilde{w}^-(\vartheta)\tilde{N}_{\overline{\mathrm{b}}}(\vartheta)\,, \tag{3}$$

$$N_{\mathrm{K}^+}(\vartheta) = \tilde{c}^+(\vartheta)\tilde{N}_{\overline{\mathrm{b}}}(\vartheta) + \tilde{w}^+(\vartheta)\tilde{N}_{\mathrm{b}}(\vartheta)\,. \tag{4}$$

Pri tem je seveda treba upoštevati, da v splošnem $\tilde{c}^-(\vartheta) \neq \tilde{c}^+(\vartheta)$ in $\tilde{w}^-(\vartheta) \neq \tilde{w}^+(\vartheta)$.

Potrebujemo še kvarkovski kotni porazdelitvi:

$$\tilde{N}_{\mathrm{b},\overline{\mathrm{b}}}(\vartheta) = \frac{3}{8}N^{\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}}(1+\cos^2\vartheta \pm \frac{8}{3}\tilde{A}_{FB}^{\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}}\cos\vartheta)\,, \tag{5}$$

ki sta parametrizirani z asimetrijo $\tilde{A}_{FB}^{\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}}$, različno od začetne zaradi oscilacij mezonov B. Kaonsko asimetrijo lahko potem zapišemo v naslednji obliki:

$$A_{\mathrm{K}}(\vartheta) = \frac{-\frac{\tilde{\delta}}{2} + \tilde{\eta}_{\mathrm{b}}\frac{8}{3}\tilde{A}_{FB}^{\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}}\frac{\cos\vartheta}{1+\cos^2\vartheta}}{1-\frac{\tilde{\delta}}{2}\cdot\frac{8}{3}\tilde{A}_{FB}^{\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}}\frac{\cos\vartheta}{1+\cos^2\vartheta}}\,. \tag{6}$$

Pri tem smo uvedli oznaki:

$$\tilde{\eta}_{\mathrm{b}} \equiv \frac{\tilde{c}_{\mathrm{b}} - \tilde{w}_{\mathrm{b}}}{\tilde{c}_{\mathrm{b}} + \tilde{w}_{\mathrm{b}}} \equiv \frac{[\tilde{c}^-(\vartheta)+\tilde{c}^+(\vartheta)] - [\tilde{w}^-(\vartheta)+\tilde{w}^+(\vartheta)]}{[\tilde{c}^-(\vartheta)+\tilde{c}^+(\vartheta)] + [\tilde{w}^-(\vartheta)+\tilde{w}^+(\vartheta)]} \tag{7}$$

in

$$\frac{\tilde{\delta}}{2} \equiv \frac{[\tilde{c}^+(\vartheta)+\tilde{w}^+(\vartheta)] - [\tilde{c}^-(\vartheta)+\tilde{w}^-(\vartheta)]}{[\tilde{c}^+(\vartheta)+\tilde{w}^+(\vartheta)] + [\tilde{c}^-(\vartheta)+\tilde{w}^-(\vartheta)]}\,. \tag{8}$$

Obe količini sta še vedno odvisni od ϑ, vendar pa oznake zaradi enostavnosti opustimo. Koeficient (7) določa uspešnost metode, prispevek (8) pa je posledica dejstva, da so preseki za reakcije K^- in K^+ s snovjo v detektorju različni (*asimetrija materiala*).

Enačbo za kaonsko asimetrijo (6) lahko dodatno poenostavimo, če v imenovalcu spustimo drugi člen, ki je reda 10^{-3}. Tako na koncu ostane:

$$A_{\mathrm{K}}(\vartheta) \approx \tilde{\eta}_{\mathrm{b}}\frac{8}{3}\tilde{A}_{FB}^{\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}}\frac{\cos\vartheta}{1+\cos^2\vartheta} - \frac{\tilde{\delta}}{2}\,. \tag{9}$$

1.1 Oscilacije nevtralnih mezonov B

Doslej smo asimetrijo izrazili s količinami, definiranimi za kvarke $\mathrm{b}(\overline{\mathrm{b}})$ tik pred njihovim razpadom. Zavedati pa se moramo, da razpadli $\mathrm{b}(\overline{\mathrm{b}})$, na katerega naboj sklepamo iz naboja kaona, ni nujno enak začetnemu (anti)kvarku, ker je lahko prej prišlo do mešanja, če se je (anti)kvark oblekel v nevtralni mezon B.

Če smo torej ugotovili, da je šlo za razpad $\mathrm{b}(\overline{\mathrm{b}})$, lahko to pomeni, da je:

1. zares nastal $\mathrm{b}(\overline{\mathrm{b}})$ ali pa

2. je nastal $\overline{\mathrm{b}}$(b), ki se je potem preko nevtralnega mezona B, v katerega je hadroniziral, zmešal v b($\overline{\mathrm{b}}$).

Ker nas zanimajo povezave z okusi nastalih kvarkov, moramo tako v izrazih za (3) in (4) zamenjati $\tilde{N}_{\mathrm{b}}(\vartheta)$ z linearno kombinacijo $(1-\chi_{\mathrm{B}})N_{\mathrm{b}}(\vartheta)+\chi_{\mathrm{B}}N_{\overline{\mathrm{b}}}(\vartheta)$, $\tilde{N}_{\overline{\mathrm{b}}}(\vartheta)$ pa z $(1-\chi_{\mathrm{B}})N_{\overline{\mathrm{b}}}(\vartheta)+\chi_{\mathrm{B}}N_{\mathrm{b}}(\vartheta)$, kjer je χ_{B} uteženi časovno integrirani mešalni parameter[2]. Kotni porazdelitvi za nastale kvarke:

$$N_{\mathrm{b},\overline{\mathrm{b}}}(\vartheta)=\frac{3}{8}N^{\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}}(1+\cos^2\vartheta\pm\frac{8}{3}A_{FB}^{\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}}\cos\vartheta) \tag{10}$$

sta potem parametrizirani z iskano asimetrijo $A_{FB}^{\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}}$:

$$A_{FB}^{\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}}=\frac{\tilde{A}_{FB}^{\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}}}{1-2\chi_{\mathrm{B}}}\,. \tag{11}$$

Izračun, enak prejšnjemu, sedaj vodi do novega izraza (6) za kaonsko asimetrijo:

$$A_{\mathrm{K}}(\vartheta)=\frac{-\frac{\tilde{\delta}}{2}+\tilde{\eta}_{\mathrm{b}}(1-2\chi_{\mathrm{B}})\frac{8}{3}A_{FB}^{\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}}\frac{\cos\vartheta}{1+\cos^2\vartheta}}{1-\frac{\tilde{\delta}}{2}(1-2\chi_{\mathrm{B}})\frac{8}{3}A_{FB}^{\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}}\frac{\cos\vartheta}{1+\cos^2\vartheta}} \tag{12}$$

in poenostavljene oblike te enačbe:

$$A_{\mathrm{K}}(\vartheta)\approx\tilde{\eta}_{\mathrm{b}}(1-2\chi_{\mathrm{B}})\frac{8}{3}A_{FB}^{\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}}\frac{\cos\vartheta}{1+\cos^2\vartheta}-\frac{\tilde{\delta}}{2}\,. \tag{13}$$

Iz zgornjih enačb vidimo, da asimetrije ne bi mogli izmeriti, če bi bil $\chi_{\mathrm{B}}=1/2$. V tem primeru bi govorili o *popolnem mešanju*, kar bi pomenilo, da ima nastali b($\overline{\mathrm{b}}$) popolnoma enako verjetnost, da razpade kot b ali $\overline{\mathrm{b}}$.

Zgornje enačbe lahko še dodatno preuredimo, če definiramo nove koeficiente c in w:

$$c^{\pm}=(1-\chi_{\mathrm{B}})\tilde{c}^{\pm}+\chi_{\mathrm{B}}\tilde{w}^{\pm}\,, \tag{14}$$
$$w^{\pm}=(1-\chi_{\mathrm{B}})\tilde{w}^{\pm}+\chi_{\mathrm{B}}\tilde{c}^{\pm}\,, \tag{15}$$

s katerimi se sedaj rešimo količin z ˜ v enačbah (3) in (4):

$$N_{\mathrm{K}^-}(\vartheta)=c^-(\vartheta)N_{\mathrm{b}}(\vartheta)+w^-(\vartheta)N_{\overline{\mathrm{b}}}(\vartheta)\,, \tag{16}$$
$$N_{\mathrm{K}^+}(\vartheta)=c^+(\vartheta)N_{\overline{\mathrm{b}}}(\vartheta)+w^+(\vartheta)N_{\mathrm{b}}(\vartheta)\,. \tag{17}$$

Če izrazimo sedaj še koeficienta (7) in (8), ugotovimo, da veljata zvezi:

$$\tilde{\eta}_{\mathrm{b}}(1-2\chi_{\mathrm{B}})=\frac{[c^-(\vartheta)+c^+(\vartheta)]-[w^-(\vartheta)+w^+(\vartheta)]}{[c^-(\vartheta)+c^+(\vartheta)]+[w^-(\vartheta)+w^+(\vartheta)]}\equiv\eta_{\mathrm{b}} \tag{18}$$

in

$$\frac{\tilde{\delta}}{2}=\frac{[c^+(\vartheta)+w^+(\vartheta)]-[c^-(\vartheta)+w^-(\vartheta)]}{[c^+(\vartheta)+w^+(\vartheta)]+[c^-(\vartheta)+w^-(\vartheta)]}\equiv\frac{\delta}{2}\,. \tag{19}$$

Z novima koeficientoma lahko sedaj zapišemo kaonsko asimetrijo v končni obliki:

[2]Glej definicijo te količine v posebnem razdelku.

$$\boxed{A_{\mathrm{K}}(\vartheta) \approx \eta_{\mathrm{b}} \frac{8}{3} A_{FB}^{\mathrm{b\bar{b}}} \frac{\cos\vartheta}{1+\cos^2\vartheta} - \frac{\delta}{2}\,, \qquad (20)}$$

kjer so vse količine definirane glede na okus kvarkov ob njihovem nastanku. To funkcijo bomo uporabili za prilagajanje kaonski asimetriji.

1.2 Mešalni parameter χ_{B}

Mešanje parametriziramo s parametrom χ_{q}, ki meri časovno integrirano verjetnost, da je prvotni $\mathrm{B_q^0}$ razpadel kot $\overline{\mathrm{B_q^0}}$:

$$\chi_{\mathrm{q}} \equiv \frac{1}{N} \int_0^\infty P_{\mathrm{q}}(t)\, dt\,; \quad (\mathrm{q} = \mathrm{d}, \mathrm{s})\,. \tag{21}$$

Funkcijo, ki opisuje časovno odvisnost verjetnosti, da nevtralni mezon $\mathrm{B_q^0}$ razpade kot lastni antidelec, zapišemo v naslednji obliki:

$$P_{\mathrm{q}}(t) = \frac{1}{2} \mathrm{e}^{-\Gamma_{\mathrm{q}} t} \left[1 - \cos(\Delta M_{\mathrm{q}} t)\right]\,, \tag{22}$$

normalizacijo pa dobimo potem z integracijo eksponentne funkcije, ki opisuje časovno odvisnost celotne verjetnosti za razpad:

$$N = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\Gamma_{\mathrm{q}} t}\, dt = \frac{1}{\Gamma_{\mathrm{q}}}\,. \tag{23}$$

Ko vstavimo (22) in (23), lahko po integraciji mešalni parameter (21) zapišemo v naslednji obliki:

$$\chi_{\mathrm{q}} = \frac{x_{\mathrm{q}}^2}{2(1 + x_{\mathrm{q}}^2)}\,; \quad \left(x_{\mathrm{q}} = \frac{\Delta M_{\mathrm{q}}}{\Gamma_{\mathrm{q}}}\right)\,, \tag{24}$$

kjer je ΔM_{q} razlika mas nevtralnih mezonov $\mathrm{B_q}$, Γ_{q} pa njihova razpadna širina.

Sedaj nas zanima celotna verjetnost, da nastali kvark b razpade kot $\overline{\mathrm{b}}$. Ker lahko pride do mešanja le preko nevtralnih mezonov B, verjetnost izrazimo kot uteženo povprečje mešalnih parametrov χ_{d} in χ_{s}:

$$\chi_{\mathrm{B}} = f_{\mathrm{B^0}} \chi_{\mathrm{d}} + f_{\mathrm{B}_S^0} \chi_{\mathrm{s}}\,, \tag{25}$$

kjer je npr. $f_{\mathrm{B^0}}$ delež kvarkov $\mathrm{b}(\overline{\mathrm{b}})$, ki se oblečejo v $\overline{\mathrm{B}}^0(\mathrm{B}^0)$. Če uporabimo za parametre naslednje eksperimentalne vrednosti:

$$\begin{array}{ll} \chi_{\mathrm{d}} = 0,156 \pm 0,024\,, & f_{\mathrm{B^0}} = 0,378 \pm 0,022\,, \\ \chi_{\mathrm{s}} > 0,49 \approx 0,5 \quad , & f_{\mathrm{B}_S^0} = 0,112 \pm 0,019\,, \end{array}$$

dobimo za uteženi časovno integrirani mešalni parameter naslednji rezultat:

$$\chi_{\mathrm{B}} = 0,115 \pm 0,014\,. \tag{26}$$

2 Določanje koeficientov η_{B} in δ iz izmerjenih podatkov

Koeficienta η_{B} in δ lahko določimo iz simuliranih podatkov in ju uporabimo pri izračunu asimetrije $A_{FB}^{\mathrm{b\overline{b}}}$ iz merjene kaonske asimetrije A_{K} preko enačbe (20). Žal pa se izkoristki različnih delov detektorja ne ujemajo s tistimi, uporabljenimi v simulaciji, zato lahko vrednost koeficientov, določena iz simulacije, vodi do napačnega rezultata za merjeno $A_{FB}^{\mathrm{b\overline{b}}}$. Da se temu izognemo, skušamo izmeriti oba koeficienta iz izmerjenih podatkov. To lahko storimo na več različnih načinov, vsi pa temeljijo na količinah, določenih posebej za vsako od obeh hemisfer, ločenih z ravnino, pravokotno na thrust os.

2.1 Označevanje z leptoni

Pri tej metodi v prvi hemisferi izberemo nabiti lepton $\ell^{\pm}$ iz razpada $\mathrm{b}, \overline{\mathrm{b}} \to \ell^{\pm} X$. To z zadovoljivim izkoristkom storimo z zahtevo po dovolj veliki vrednosti transverzalne gibalne količine leptona glede na thrust os (npr. $p_T(\ell^{\pm}) > 1$ GeV/c). V drugi hemisferi potem izberemo $\mathrm{K}^{\pm}$ in izmerimo koeficiente c in w, ker iz naboja leptona lahko izračunamo verjetnosti, da je nabiti kaon prišel iz b ali iz $\overline{\mathrm{b}}$.

Izračunati moramo torej verjetnost, da se predznak izbranega leptona $\ell^{\pm}$ ujema s predznakom naboja kvarka $\mathrm{b}(\overline{\mathrm{b}})$. Začnemo tako, da zapišemo deleže $\mathrm{b}(\overline{\mathrm{b}})$, ki jih zaznamo preko razpadov $\ell^{\pm} X$:

- delež b, ki jih zaznamo z ℓ^-: $\tilde{\varepsilon}_1^-$,
- delež $\overline{\mathrm{b}}$, ki jih zaznamo z ℓ^-: $\tilde{\varepsilon}_2^-$,
- delež $\overline{\mathrm{b}}$, ki jih zaznamo z ℓ^+: $\tilde{\varepsilon}_1^+$,
- delež b, ki jih zaznamo z ℓ^+: $\tilde{\varepsilon}_2^+$.

Tako definirani deleži $\tilde{\varepsilon}$ vključujejo poleg razvejitvenih razmerij za semileptonske razpade tudi izkoristke za detekcijo nabitih leptonov. Če upoštevamo, da so razpadli kvarki drugačni od začetnih kvarkov zaradi oscilacij nevtralnih mezonov B, lahko definiramo deleže ε za začetne kvarke, kot smo to že storili za koeficiente c in w v enačbah (14) in (15):

$$\varepsilon_1^{\pm} = (1 - \chi_{\mathrm{B}})\tilde{\varepsilon}_1^{\pm} + \chi_{\mathrm{B}}\tilde{\varepsilon}_2^{\pm} \,, \tag{27}$$

$$\varepsilon_2^{\pm} = (1 - \chi_{\mathrm{B}})\tilde{\varepsilon}_2^{\pm} + \chi_{\mathrm{B}}\tilde{\varepsilon}_1^{\pm} \,. \tag{28}$$

Naš namen je – kot rečeno – zapisati verjetnost ,,v drugo smer": Zanima nas, kolikšna je verjetnost, da je izbrani nabiti lepton prišel iz b ali $\overline{\mathrm{b}}$. Če imamo samo dogodke $\mathrm{b\overline{b}}$, potem smo brž gotovi:

$$\ell^+ \text{ iz } \overline{\mathrm{b}}(\ell^- \text{ iz b}) : \quad c_\ell^{\pm} = \frac{\varepsilon_1^{\pm}}{\varepsilon_1^{\pm} + \varepsilon_2^{\pm}} \,, \tag{29}$$

$$\ell^+ \text{ iz b}(\ell^- \text{ iz } \overline{\mathrm{b}}) : \quad w_\ell^{\pm} = \frac{\varepsilon_2^{\pm}}{\varepsilon_1^{\pm} + \varepsilon_2^{\pm}} \,. \tag{30}$$

Ker normiramo verjetnost na število dogodkov $\mathrm{b\overline{b}}$ z označenim leptonom, seveda velja $c_\ell^\pm + w_\ell^\pm = 1$. Med izbranimi dogodki z nabitim leptonom pa je prisotno tudi ozadje, zato je treba končne verjetnosti definirati drugače:

$$P_{1,c}(\ell^\pm) = c_\ell^\pm(1 - P_{1,bg}(\ell^\pm))\,, \tag{31}$$

$$P_{1,w}(\ell^\pm) = w_\ell^\pm(1 - P_{1,bg}(\ell^\pm))\,, \tag{32}$$

$$1 = P_{1,c}(\ell^\pm) + P_{1,w}(\ell^\pm) + P_{1,bg}(\ell^\pm)\,. \tag{33}$$

$P_{1,c}(\ell^\pm)$ je potem verjetnost, da je v hemisferi, kjer smo našli $\ell^\pm$, nastal $\overline{\mathrm{b}}(\mathrm{b})$, ki ima enak predznak naboja kot lepton, s $P_{1,w}(\ell^\pm)$ pa označimo verjetnost, da ima naboj leptona nasproten predznak kot naboj začetnega kvarka. $P_{1,bg}(\ell^\pm)$ določa delež izbranih dogodkov, ki nimajo zveze z $\mathrm{b\overline{b}}$. Vsota vseh treh verjetnosti je seveda 1, ker račun normiramo na celotno število dogodkov z označenim nabitim leptonom. Številke za deleže moramo še vedno določiti iz simulacije, izrazimo pa jih s številom izbranih leptonov:

$$P_{1,c}(\ell^+) = \frac{N_{\ell^+}(\overline{\mathrm{b}})}{N_{\ell^+}} \qquad P_{1,c}(\ell^-) = \frac{N_{\ell^-}(\mathrm{b})}{N_{\ell^-}}\,, \tag{34}$$

$$P_{1,w}(\ell^+) = \frac{N_{\ell^+}(\mathrm{b})}{N_{\ell^+}} \qquad P_{1,w}(\ell^-) = \frac{N_{\ell^-}(\overline{\mathrm{b}})}{N_{\ell^-}}\,, \tag{35}$$

$$P_{1,bg}(\ell^+) = \frac{N_{\ell^+,bg}}{N_{\ell^+}} \qquad P_{1,bg}(\ell^-) = \frac{N_{\ell^-,bg}}{N_{\ell^-}}\,. \tag{36}$$

Pri tem je $N_{\ell^\pm}(\overline{\mathrm{b}})$ število nabitih leptonov iz $\overline{\mathrm{b}}$, $N_{\ell^\pm}(\mathrm{b})$ je število nabitih leptonov iz b, $N_{\ell^\pm,bg}$ pa število ostalih leptonov. Število vseh leptonov $\ell^\pm$ označimo z $N_{\ell^\pm}$.

Naš namen je sedaj na osnovi tega, kar vemo o hemisferi, v kateri smo našli $\ell^\pm$, povedati, kaj se je zgodilo v drugi. Verjetnosti za drugo hemisfero lahko izrazimo kot:

$$P_{2,\mathrm{b}}(\ell^+) = P_{1,c}(\ell^+) \qquad P_{2,\mathrm{b}}(\ell^-) = P_{1,w}(\ell^-)\,, \tag{37}$$

$$P_{2,\overline{\mathrm{b}}}(\ell^+) = P_{1,w}(\ell^+) \qquad P_{2,\overline{\mathrm{b}}}(\ell^-) = P_{1,c}(\ell^-)\,, \tag{38}$$

$$P_{2,bg}(\ell^+) = P_{1,bg}(\ell^+) \quad P_{2,bg}(\ell^-) = P_{1,bg}(\ell^-)\,. \tag{39}$$

Z linearnimi kombinacijami lahko izrazimo še verjetnosti za razpadle kvarke:

$$\tilde{P}_{2,\mathrm{b}}(\ell^+) = (1-\chi_{\mathrm{B}})P_{1,c}(\ell^+) + \chi_{\mathrm{B}}P_{1,w}(\ell^+) \quad \tilde{P}_{2,\mathrm{b}}(\ell^+) = (1-\chi_{\mathrm{B}})P_{1,w}(\ell^-) + \chi_{\mathrm{B}}P_{1,c}(\ell^-)\,, \tag{40}$$

$$\tilde{P}_{2,\overline{\mathrm{b}}}(\ell^+) = (1-\chi_{\mathrm{B}})P_{1,w}(\ell^+) + \chi_{\mathrm{B}}P_{1,c}(\ell^+) \quad \tilde{P}_{2,\overline{\mathrm{b}}}(\ell^-) = (1-\chi_{\mathrm{B}})P_{1,c}(\ell^-) + \chi_{\mathrm{B}}P_{1,w}(\ell^-)\,, \tag{41}$$

$$\tilde{P}_{2,bg}(\ell^+) = P_{2,bg}(\ell^+) \qquad \tilde{P}_{2,bg}(\ell^-) = P_{2,bg}(\ell^-)\,. \tag{42}$$

Oboroženi z gornjimi izrazi za verjetnosti lahko izračunamo koeficiente c in w za označevanje z nabitimi kaoni. Če torej v prvi hemisferi izberemo $\ell^\pm$, v drugi hemisferi izmerimo $\mathrm{K}^\pm$, imamo dve možnosti za pravilno označevanje okusa:

- Z izbiro nabitega leptona v prvi hemisferi leptona napovemo v drugi hemisferi kvark b, izmerimo pa K^-.

- Z izbiro leptona napovemo v drugi hemisferi kvark $\overline{\mathrm{b}}$, izmerimo pa K^+.

Ravno obrnjeno velja za napačno označevanje naboja.

Končno sledi izraz za koeficiente c in w glede na začetni okus kvarkov, če za označevanje naboja uporabimo nabite leptone:

$$c^+(\ell) = P_{2,\overline{\mathrm{b}}}(\ell^+)\frac{N_{\ell^+}^{\mathrm{K}^+} - N_{\ell^+,bg}^{\mathrm{K}^+}}{N_{\ell^+} - N_{\ell^+,bg}} + P_{2,\overline{\mathrm{b}}}(\ell^-)\frac{N_{\ell^-}^{\mathrm{K}^+} - N_{\ell^-,bg}^{\mathrm{K}^+}}{N_{\ell^-} - N_{\ell^-,bg}}, \tag{43}$$

$$w^+(\ell) = P_{2,\mathrm{b}}(\ell^+)\frac{N_{\ell^+}^{\mathrm{K}^+} - N_{\ell^+,bg}^{\mathrm{K}^+}}{N_{\ell^+} - N_{\ell^+,bg}} + P_{2,\mathrm{b}}(\ell^-)\frac{N_{\ell^-}^{\mathrm{K}^+} - N_{\ell^-,bg}^{\mathrm{K}^+}}{N_{\ell^-} - N_{\ell^-,bg}} \tag{44}$$

in enako še:

$$c^-(\ell) = P_{2,\mathrm{b}}(\ell^+)\frac{N_{\ell^+}^{\mathrm{K}^-} - N_{\ell^+,bg}^{\mathrm{K}^-}}{N_{\ell^+} - N_{\ell^+,bg}} + P_{2,\mathrm{b}}(\ell^-)\frac{N_{\ell^-}^{\mathrm{K}^-} - N_{\ell^-,bg}^{\mathrm{K}^-}}{N_{\ell^-} - N_{\ell^-,bg}}, \tag{45}$$

$$w^-(\ell) = P_{2,\overline{\mathrm{b}}}(\ell^+)\frac{N_{\ell^+}^{\mathrm{K}^-} - N_{\ell^+,bg}^{\mathrm{K}^-}}{N_{\ell^+} - N_{\ell^+,bg}} + P_{2,\overline{\mathrm{b}}}(\ell^-)\frac{N_{\ell^-}^{\mathrm{K}^-} - N_{\ell^-,bg}^{\mathrm{K}^-}}{N_{\ell^-} - N_{\ell^-,bg}}. \tag{46}$$

Popolnoma analogen je račun tudi za koeficiente za razpadle kvarke:

$$\tilde{c}^+(\ell) = \tilde{P}_{2,\overline{\mathrm{b}}}(\ell^+)\frac{N_{\ell^+}^{\mathrm{K}^+} - N_{\ell^+,bg}^{\mathrm{K}^+}}{N_{\ell^+} - N_{\ell^+,bg}} + \tilde{P}_{2,\overline{\mathrm{b}}}(\ell^-)\frac{N_{\ell^-}^{\mathrm{K}^+} - N_{\ell^-,bg}^{\mathrm{K}^+}}{N_{\ell^-} - N_{\ell^-,bg}}, \tag{47}$$

$$\tilde{w}^+(\ell) = \tilde{P}_{2,\mathrm{b}}(\ell^+)\frac{N_{\ell^+}^{\mathrm{K}^+} - N_{\ell^+,bg}^{\mathrm{K}^+}}{N_{\ell^+} - N_{\ell^+,bg}} + \tilde{P}_{2,\mathrm{b}}(\ell^-)\frac{N_{\ell^-}^{\mathrm{K}^+} - N_{\ell^-,bg}^{\mathrm{K}^+}}{N_{\ell^-} - N_{\ell^-,bg}} \tag{48}$$

in enako še:

$$\tilde{c}^-(\ell) = \tilde{P}_{2,\mathrm{b}}(\ell^+)\frac{N_{\ell^+}^{\mathrm{K}^-} - N_{\ell^+,bg}^{\mathrm{K}^-}}{N_{\ell^+} - N_{\ell^+,bg}} + \tilde{P}_{2,\mathrm{b}}(\ell^-)\frac{N_{\ell^-}^{\mathrm{K}^-} - N_{\ell^-,bg}^{\mathrm{K}^-}}{N_{\ell^-} - N_{\ell^-,bg}}, \tag{49}$$

$$\tilde{w}^-(\ell) = \tilde{P}_{2,\overline{\mathrm{b}}}(\ell^+)\frac{N_{\ell^+}^{\mathrm{K}^-} - N_{\ell^+,bg}^{\mathrm{K}^-}}{N_{\ell^+} - N_{\ell^+,bg}} + \tilde{P}_{2,\overline{\mathrm{b}}}(\ell^-)\frac{N_{\ell^-}^{\mathrm{K}^-} - N_{\ell^-,bg}^{\mathrm{K}^-}}{N_{\ell^-} - N_{\ell^-,bg}}. \tag{50}$$

Pri določanju teh koeficientov je pomembno paziti, kako izbiramo nabite leptone. Če pri selekciji uporabimo rez po b-tag dogodka, potem se bo izkoristek za ta rez v zgornjih izrazih pokrajšal in tako izmerjeni koeficienti c in w ne bodo enaki tistim, uporabljenim v enačbah (3) in (4) ter (16) in (17). Za meritev $A_{FB}^{\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}}$ to sicer ni pomembno, ker za izračun koeficientov (18) in (19) potrebujemo le razmerja teh koeficientov, če pa nas zanimajo absolutne vrednosti, je to potrebno upoštevati. To lahko storimo na dva načina:

- Leptone izberemo brez reza po b-tag dogodka. V tem primeru bomo imeli verjetno veliko težav z ozadjem.

- Druga možnost je, da izkoristek za b-tag rez izračunamo posebej in z njim množimo koeficient, ki ga dobimo, če pri izbiri leptonskih dogodkov že režemo tudi po b-tag dogodka.

Na koncu zapišimo le še končni izraz za obe količini, ki ju rabimo za meritev $A_{FB}^{\mathrm{b\overline{b}}}$, če ju določimo z označevanjem z nabitimi leptoni:

$$\boxed{\begin{aligned} \eta_{\mathrm{B}} &= \frac{a^P_{\ell^+} R_{\ell^-} \Delta^{\mathrm{K}}_{\ell^+} + a^P_{\ell^-} R_{\ell^+} \Delta^{\mathrm{K}}_{\ell^-}}{R_{\ell^-} \Sigma^{\mathrm{K}}_{\ell^+} + R_{\ell^+} \Sigma^{\mathrm{K}}_{\ell^-}}\,, && (51) \\ \frac{\delta}{2} &= \frac{R_{\ell^-} \Sigma^{\mathrm{K}}_{\ell^+} - R_{\ell^+} \Sigma_{\ell^+}\mathrm{K}}{R_{\ell^-} \Sigma^{\mathrm{K}}_{\ell^+} + R_{\ell^+} \Sigma^{\mathrm{K}}_{\ell^-}}\,. && (52) \end{aligned}}$$

Pojasniti moramo le še oznake, ki smo jih vpeljali:

$$\Delta^{\mathrm{K}}_{\ell^\pm} = (N^{\mathrm{K}^+}_{\ell^\pm} - N^{\mathrm{K}^+}_{\ell^\pm,bg}) - (N^{\mathrm{K}^-}_{\ell^\pm} - N^{\mathrm{K}^-}_{\ell^\pm,bg})\,, \tag{53}$$

$$\Sigma^{\mathrm{K}}_{\ell^\pm} = (N^{\mathrm{K}^+}_{\ell^\pm} - N^{\mathrm{K}^+}_{\ell^\pm,bg}) + (N^{\mathrm{K}^-}_{\ell^\pm} - N^{\mathrm{K}^-}_{\ell^\pm,bg})\,, \tag{54}$$

$$a^P_{\ell^\pm} = \frac{P_{2,\overline{\mathrm{b}}}(\ell^\pm) - P_{2,\mathrm{b}}(\ell^\pm)}{P_{2,\overline{\mathrm{b}}}(\ell^\pm) + P_{2,\mathrm{b}}(\ell^\pm)} \quad R_{\ell^\pm} = \frac{N_{\ell^\pm}}{N_{\ell^+} + N_{\ell^-}}\,. \tag{55}$$